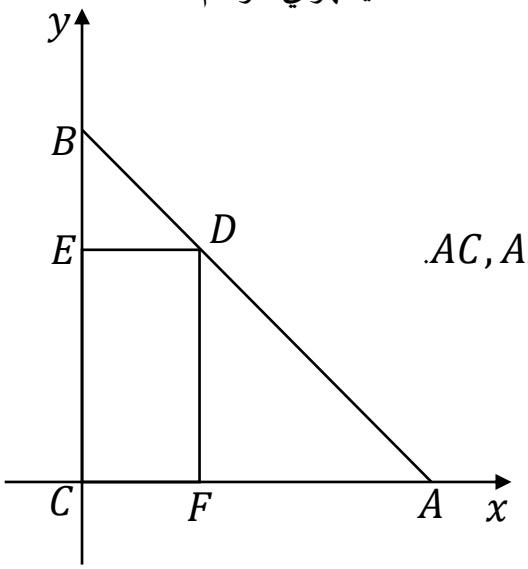
امتحان 9 – هندسة مدمجة (تحليليّة + مستوية)

1) في المثلّث قائم الزّاوية ABC ($\sphericalangle ACB = 90°$) محصور المستطيل $DECF$ كما يظهر في الرّسم.



أ. برهنوا أنّ: $\Delta AFD \sim \Delta ACB$.

معطى: $A(5,0)$ ، $C(0,0)$ ، $AB = 13$ ، $D(t,4t)$.

ب. عبّروا عن إحداثيّات النّقطتين E و F بدلالة t.

ج. عبّروا بدلالة t (إذا دعت الحاجة) عن أطوال القطع: AC, AF, BC, FD.

د. جدوا إحداثيّات النّقطة D.

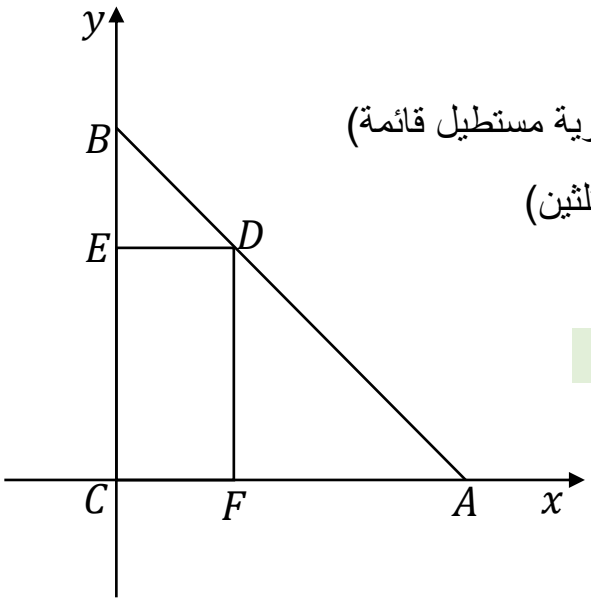
هـ. جدوا معادلة المستقيم AB.

و. استعينوا بالبند (هـ) وبالمعطى $D(t,4t)$ وجدوا بطريقة أخرى إحداثيّات النّقطة D.

معهد ايهاب عمر

مع كورساتنا الاونلاين، تميّز أكثر
جرب مجانًا الآن

أ. نبرهن أنّ: $\Delta AFD \sim \Delta ACB$



معطى $\measuredangle ACB = 90°$

$\measuredangle AFD = 90°$ (زاوية مجاورة لزاوية مستطيل قائمة)

$\measuredangle DAF$ (زاوية مشتركة بين المثلثين)

$\Downarrow$

$\Delta AFD \sim \Delta ACB$ حسب ز، ز

ب. نعبّر عن إحداثيّات النّقطتين E و F بدلالة t

معطى: $A(5,0)$ ، $C(0,0)$ ، $AB = 13$ ، $D(t,4t)$

النقطة F تقع على المحور x

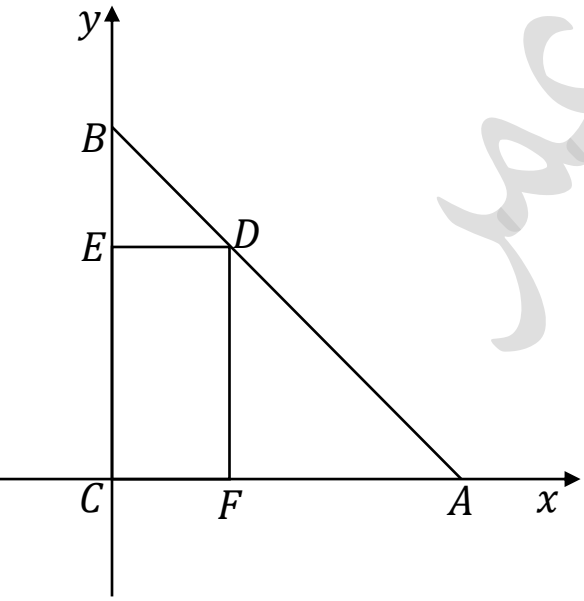
$y_F = 0$

المحور $x \perp DF$

$x_D = x_F$

$x_D = t$

$F(t,0)$



النقطة E تقع على المحور y $x_E = 0$

المحور $y \perp DE$

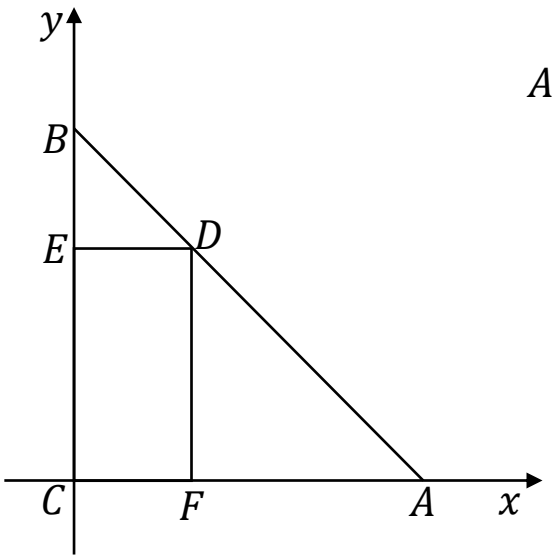
$y_D = y_E$

$y_D = 4t$

$E(0,4t)$

مع كورساتنا الاونلاين، تميّز أكثر
جرب مجانًا الآن

ج. نعبّر بدلالة t عن أطوال اقطع: AC, AF, BC, FD



معطى: $C(0,0), A(5,0)$

بما أنّ AC يقع على المحور x : $AC = x_A - x_C = 5 - 0$

$$AC = 5$$

$$AB = 13$$

$$AC^2 + BC^2 = AB^2$$

$$5^2 + BC^2 = 13^2$$

$$BC = \sqrt{13^2 - 5^2}$$

$$BC = \sqrt{169 - 25} = \sqrt{144} = 12$$

$$D(t, 4t), F(t, 0)$$

بما أنّ FD يوازي المحور y :

$$FD = y_D - y_F = 4t - 0 = 4t$$

$$AF = AC - CF$$

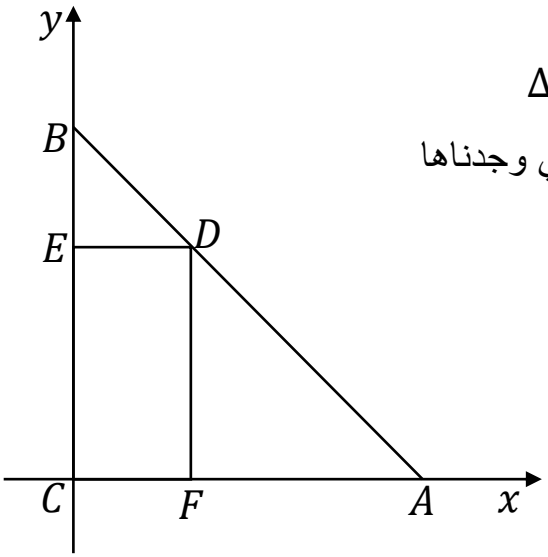
بما أنّ CF يقع على المحور x:

$$CF = x_F - x_C = t - 0 = t$$

$$AF = AC - CF = 5 - t$$

مع كورساتنا الاونلاين، تميّز أكثر
جرب مجانًا الآن

د. نجد إحداثيّات النّقطة D



كما برهنا سابقًا $\Delta AFD \sim \Delta ACB$

نستخدم هذا التشابه وأطوال الأضلاع التي وجدناها

$$\frac{FD}{BC} = \frac{AF}{AC}$$

$$\frac{4t}{12} = \frac{5-t}{5}$$

$$5 \cdot 4t = 12 \cdot (5-t)$$

$$20t = 60 - 12t$$

$$32t = 60 \quad \backslash : 32$$

$$t = \frac{60}{32} = \frac{15}{8}$$

$$D(t, 4t)$$

$$D\left(\frac{15}{8}, 4 \cdot \frac{15}{8}\right)$$

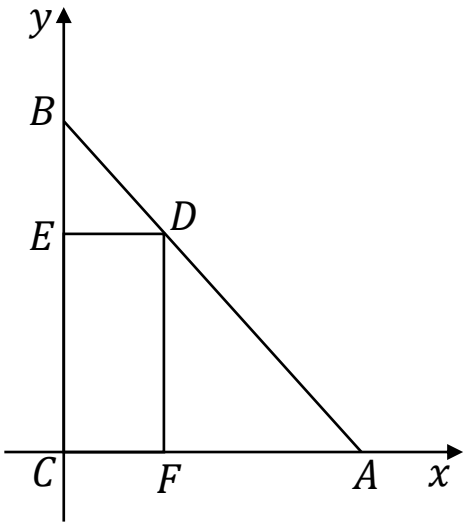
$$D\left(\frac{15}{8}, \frac{15}{2}\right)$$

معهد إيهاب عمر

مع كورساتنا الاونلاين، تميّز أكثر
جرب مجانًا الآن

ه. نجد معادلة المستقيم AB

$$D\left(\frac{15}{8},\frac{15}{2}\right), A(5,0)$$



النقطة B تقع على المحور y

ووجدنا أن طول الضلع BC هو 12

أي أنّ: $B(0,12)$

$$m_{AB}=\frac{y_A-y_B}{x_A-x_B}$$

$$m_{AB}=\frac{0-12}{5-0}=-\frac{12}{5}$$

$$y=m\cdot x+b$$

$$12=-\frac{12}{5}\cdot 0+b$$

$$b=12$$

$$y=-\frac{12}{5}x+12$$

معهد إيهاب عمر

مع كورساتنا الاونلاين، تميّز أكثر
جرب مجانًا الآن

و. نجد بطريقة أخرى إحداثيّات النّقطة D

معطى $D(t, 4t)$

كما وجدنا أنّ: $AB: y = -\frac{12}{5}x + 12$

$$4t = -\frac{12}{5}t + 12$$

$$\frac{32}{5}t = 12$$

$$32t = 60 \quad \backslash : 32$$

$$t = \frac{60}{32} = \frac{15}{8}$$

$$D\left(\frac{15}{8}, \frac{15}{2}\right)$$

معهد إيهاب عمر

مع كورساتنا الاونلاين، تميّز أكثر
جرب مجانًا الآن