قيمة قصوى - صيف أ 2022

8. معطاة الدالّتان: $f(x) = -x^2 + 9x$, $g(x) = x^2$.

النقطة A تقع على الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ في الربع الأوّل فوق الرسم البيانيّ للدالّة $g(x)$.

يُمرَّرون من النقطة A مستقيمين:

مستقيمًا يعامد المحور y ويقطعه في النقطة C ،

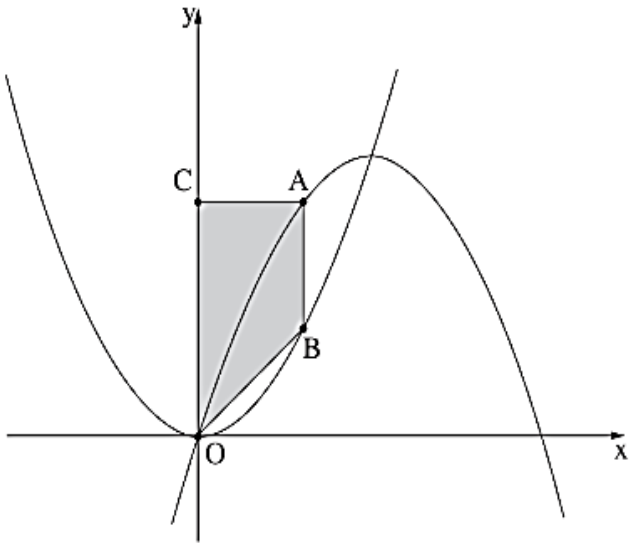
ومستقيمًا يوازي المحور y ويقطع الرسم البيانيّ للدالّة $g(x)$ في النقطة B (انظروا الرسم).

النقطة O هي نقطة أصل المحاور.

نرمز بـ t إلى الإحداثيّ x للنقطة A .

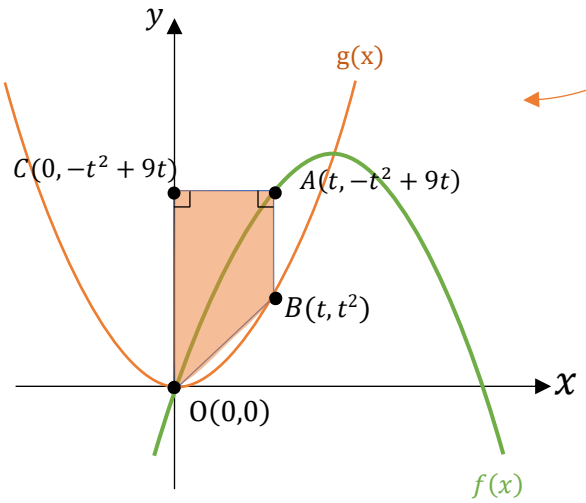
أ. عبِّروا بدلالة t عن أطوال القِطَع AC وَ CO وَ AB .

ب. جدوا قيمة t التي بالنسبة لها مساحة شبه المنحرف ABOC هي أكبر ما يمكن.



(أ) نجد طوال القطع $AB\ ,CO\ ,AC$

المعطيات موجودة على الرسم جانبًا



نجد AB:

$$AB = y_A - y_B$$

$$\Downarrow$$

$$AB = -t^2 + 9t - t^2$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{AB = -2t^2 + 9t}$$

AB بتوازي محور y عشان هيك يَبطل منطرح الـ y ـات من بعض.

نجد CO:

$$CO = y_A = -t^2 + 9t$$

$$\downarrow$$

$$\boxed{CO = -t^2 + 9t}$$

النقطة O هي نقطة اصل المحاور ← $O(0,0)$

نجد AC:

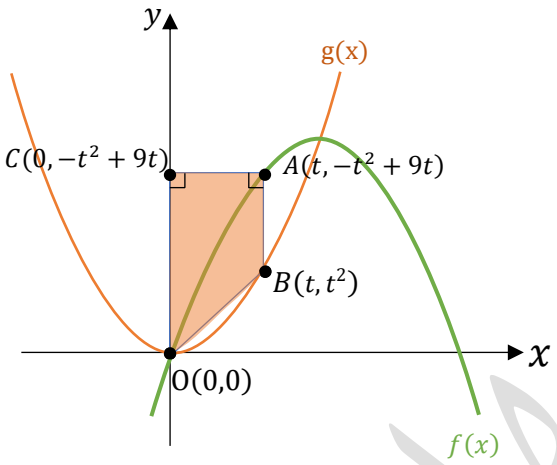
$$AC = x_A - x_C = t - 0$$

$$\downarrow$$

$$\boxed{AC = t}$$

AC بتوازي محور x عشان هيك يَبطل منطرح الـ x ـات من بعض.

(ب) نجد قيمة التي بالنسبة لها $ABOC$ شبه المنحرف هي اكبر ما يمكن



AC هو الارتفاع لأنه يعامد محور y , مش لسواد عيونه يعني

AB, CO, AC وجدنا في بند سابق

$$S_{ABOC} = \frac{(AB + CO) \cdot AC}{2}$$

$$\Downarrow$$

$$S_{ABOC} = \frac{\left(-2t^2 + 9t + (-t^2 + 9t)\right) \cdot t}{2}$$

$$\Downarrow$$

$$S_{ABOC} = \frac{(-3t^2 + 18t) \cdot t}{2}$$

$$\Downarrow$$

$$S_{ABOC} = \frac{-3t^3 + 18t^2}{2}$$

$$\Downarrow$$

$$S_{ABOC} = \frac{-3t^3 + 18t^2}{2}$$

$$\Downarrow$$

$$S'_{ABOC} = \frac{-9t^2 + 36t}{2}$$

$$\Downarrow$$

$$0 = \frac{-9t^2 + 36t}{2}$$

$$\Downarrow$$

$$0 = -9t^2 + 36t$$

$$\Downarrow$$

$$0 = t^2 - 4t$$

$$\Downarrow$$

$$0 = t \cdot (t - 4)$$

$t = 0$

$t - 4 = 0$

$\downarrow$

$t = 4$

$x_A > 0$

$t > 0$

$\downarrow$

$t = 4$

معهد إيهاب عمر