صيف (أ)- 2022

7) بحث دوال جذرية:

معطاة الدالّة $f(x)=x-2\cdot\sqrt{x+a}$ ، a هو بارامتر.

الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ يقطع المحور x في النقطة $(6,0)$.

أ. بيِّنوا أنّ $a=3$.

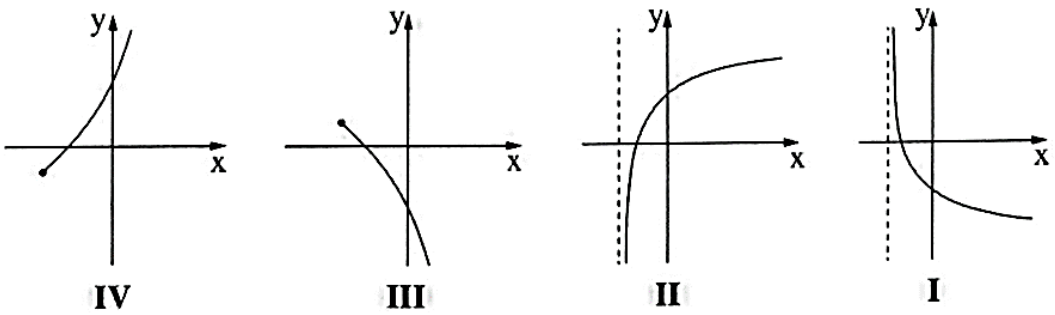
ب. جدوا مجال تعريف الدالّة $f(x)$.

جـ. جدوا إحداثيّات جميع النقاط القصوى للدالّة $f(x)$ ، وحدِّدوا نوع هذه النقاط.

د. ارسموا رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا للدالّة $f(x)$.

هـ. أحد الرسوم البيانيّة I–IV التي في آخر السؤال يصف الرسم البيانيّ لدالّة المشتقّة $f'(x)$.
حدِّدوا أيّ رسم بيانيّ منها، وعلِّلوا التحديد.

و. جدوا المساحة المحصورة بين الرسم البيانيّ لدالّة المشتقّة $f'(x)$ والمستقيم $x=1$ والمحور x .



(أ) نبرهن انَّ $a = 3$:

$$f(x) = x - 2 \cdot \sqrt{x + a}$$

معطى انَّ نقطة تقاطع الدالة مع محور x هي $(6\ ,0)$

$$0 = 6 - 2 \cdot \sqrt{6 + a}$$

$$\Downarrow$$

$$6 = 2 \cdot \sqrt{6 + a}$$

$\div 2$ $\Downarrow$

$$3 = \sqrt{6 + a}$$

$()^2$ $\Downarrow$

$$9 = 6 + a$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{a = 3}$$

الجواب النهائي

(ب) نجد مجال التعريف:

$$f(x) = x - 2 \cdot \sqrt{x + 3}$$

$$x + 3 \geq 0$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{x \geq -3}$$

الجواب النهائي

(ج) نجد النقاط القصوى للدالة ونوعها:

$$f(x) = x - 2 \cdot \sqrt{x+3}$$

$$\Downarrow$$

$$f'(x) = 1 - \cancel{2} \cdot \frac{1}{\cancel{2}\sqrt{x+3}}$$

$$\Downarrow$$

$$f'(x) = \frac{\sqrt{x+3} - 1}{\sqrt{x+3}}$$

$$\Downarrow$$

$$0 = \frac{\sqrt{x+3} - 1}{\sqrt{x+3}} \qquad \cdot (\sqrt{x+3})$$

$$\Downarrow$$

$$\sqrt{x+3} - 1 = 0$$

$$\Downarrow$$

$$\sqrt{x+3} = 1$$

$()^2$ $\Downarrow$

$$x + 3 = 1$$

$$\Downarrow$$

نعوض الحل بالمعادلة قبل التربيع ونتأكد انه يحققها فعلا

$$\boxed{x = -2}$$

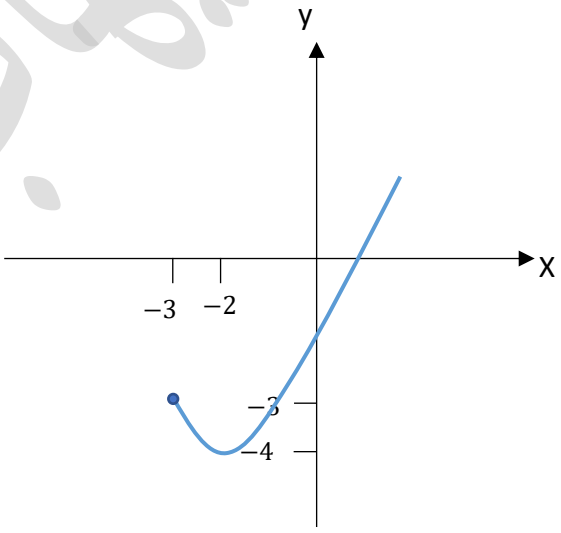
نُصنف النقاط:

x	مجال غير معرف	-3	-2.5	-2	0
$f'(x)$			$-$	0	$+$
$f(x)$		max	↘	-4	↗

النقاط القصوى للدالة ⟵ $(-3\,,-3)_{max}\,,(-2\,,-4)_{min}$

الجواب النهائي

(د) الرسم البياني:



معهد إيهاب عمر

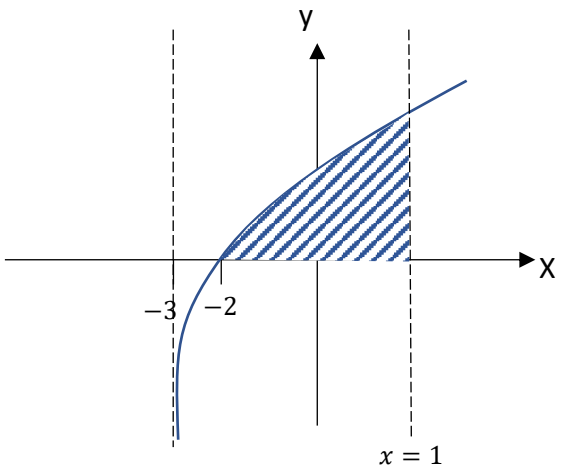
(ه) الرسم البياني الملائم لدالة المشتقة:

- الرسم البياني I : لا يُحقّق وجود الدالة في القسم السالب في المجال $-3 < x < -2$ ✗
- الرسم البياني II : يُحقّق جميع الشُروط ✓
- الرسم البياني III : لا يُحقّق وجود محاذية عامودية ✗
- الرسم البياني IV : لا يُحقّق وجود محاذية عامودية ✗

الرسم البياني II

معهد إيهاب عمر

(و) نجد المساحة المخططة:



$$S = \int_{-2}^{1} f'(x)\,dx$$

$$\Downarrow$$

$$S = [f(x)]_{-2}^{1}$$

$$\Downarrow$$

$$S = f(1) - f(-2)$$

$$\Downarrow$$

$$S = f(1) - f(-2)$$

$$\Downarrow$$

$$S = \left(1 - 2 \cdot \sqrt{1+3}\right) - \left(-2 - 2 \cdot \sqrt{-2+3}\right)$$

$$\Downarrow$$

$$S = (-3) - (-4)$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{S = 1}$$

الجواب النهائي

معهد إيهاب عمر