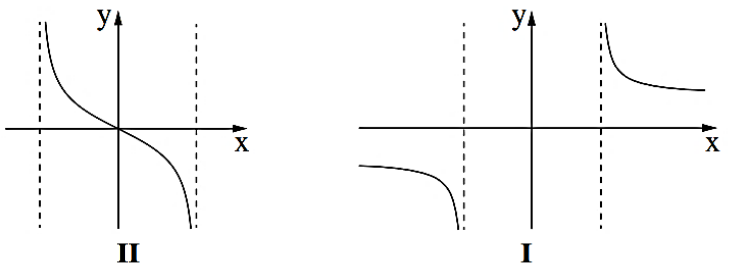
بحث دوال جذرية - 2021 (شتاء)

8) أمامك رسمان بيانيّان، I وَ II. كلّ واحد من الرسمين البيانيّين يصف الرسم البيانيّ لمشتقّة دالّة مختلفة.
الرسم البيانيّ I لا يقطع المحورين بتاتًا؛ نقطة التقاطع الوحيدة للرسم البيانيّ II مع المحورين هي $(0\,,0)$.
يوجد لكلّ واحد من الرسمين البيانيّين خطّا تقارب عموديّان معادلتاهما $x=\pm 2$.



أ. اعتمِد على الرسمين البيانيّين I وَ II ، وَجِد، بالنسبة لكلّ واحد منهما، ما هي مجالات تصاعد وتنازل الدالّة التي يصف مشتقّتها.

معطاة الدالّتان: $f(x)=\sqrt{4-x^2}$ ، $g(x)=\sqrt{x^2-4}$. كلّ واحد من الرسمين البيانيّين I وَ II يصف دالّة مشتقّة إحدى هاتين الدالّتين.

ب. **(1)** جد مجال تعريف كلّ واحدة من الدالّتين $f(x)$ وَ $g(x)$.

(2) لائِم بين دالّتَي المشتقّة $f'(x)$ وَ $g'(x)$ وبين الرسمين البيانيّين I وَ II . علّل.

أجب عن البند "جـ" بالنسبة لكلّ واحدة من الدالّتين $f(x)$ وَ $g(x)$.

جـ. **(1)** جد إحداثيّات نقاط تقاطع الرسم البيانيّ للدالّة مع المحورين.

(2) ارسم رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا للدالّة.

(أ)

نجد مجالات التصاعد للدالتين في الرسم البياني الأول والثاني

تذكير:

x					
f '(x)	−		+		−
f(x)	↘	min	↗	max	↘

الرسم البياني I

مجال موجب: $x > 2$

مجال سالب: $x < -2$

⇓

مجال التصاعد: $x > 2$

مجال التنازل: $x < -2$

الرسم البياني II

مجال موجب: $-2 < x < 0$

مجال سالب: $0 < x < 2$

⇓

مجال التصاعد: $-2 < x < 0$

مجال التنازل: $0 < x < 2$

(ب)(1) نجد مجال التعريف لكل من الدالتين

$f(x) = \sqrt{4 - x^2}$

$4 - x^2 \geq 0$

$\Downarrow$

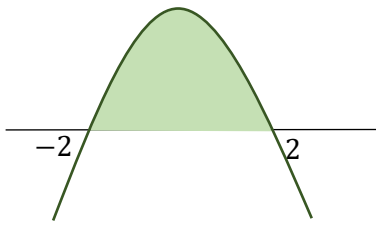
$(2 - x)(2 + x) \geq 0$

$\Downarrow$

$(2 - x)(2 + x) = 0$

$\Downarrow$

$x = \pm 2$



نأخذ المجال الذي يحقق أنَّ القيم موجبة

$-2 \leq x \leq 2$

$g(x) = \sqrt{x^2 - 4}$

$x^2 - 4 \geq 0$

$\Downarrow$

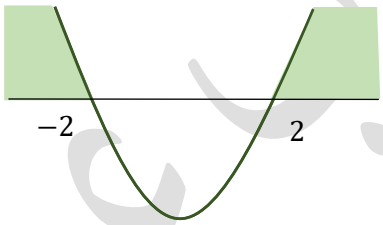
$(x - 2)(x + 2) \geq 0$

$\Downarrow$

$(x - 2)(x + 2) = 0$

$\Downarrow$

$x = \pm 2$



نأخذ المجال الذي يحقق أنَّ القيم موجبة:

$x \leq -2 \quad ، \quad x \geq 2$

معهد ايهاب عمر

(2) نلائم الرسومات المُعطَاة مع الدالتَين

وجدنا في البند السابق:

م.ت: $f(x)$ و $f'(x)$

$$-2 \leq x \leq 2$$

الرسم البياني الذي يلائم هذا المجال هو الرسم البياني II

م.ت $g(x)$ و $g'(x)$

$$x \leq -2 \quad x \geq 2$$

الرسم البياني الذي يلائم هذا المجال هو الرسم البياني I

معهد إيهاب عمر

(ج)(1) نجد تقاطع الرسم البياني لكل من الدالتين مع المحاور

الدالة $f(x)$:

التقاطع مع محور x:

$$f(x)=0$$
$$\Downarrow$$
$$0=\sqrt{4-x^2}$$
$$()^2 \quad \Downarrow$$
$$0=4-x^2$$
$$\Downarrow$$
$$x^2=4$$
$$\Downarrow \quad \sqrt{}$$
$$x=\pm 2$$

نقاط التقاطع مع محور x ← $(\pm 2\ ,0)$

التقاطع مع محور y:

$$f(0)$$
$$\Downarrow$$
$$f(0)=\sqrt{4-0^2}=2$$
$$\Downarrow$$

نقطة التقاطع مع محور y ← $(0,2)$

معهد إيهاب عمر

الدالة $g(x)$:

التقاطع مع محور x:

$$f(x)=0$$
$$\Downarrow$$
$$0=\sqrt{x^2-4}$$
$$\Downarrow \quad ()^2$$
$$0=x^2-4$$
$$\Downarrow$$
$$x^2=4$$
$$\Downarrow \quad \sqrt{\ }$$
$$x=\pm 2$$

نقاط التقاطع مع محور x ← $(\pm 2\ ,0)$

التقاطع مع محور y:

$$g(0)$$
$$\Downarrow$$

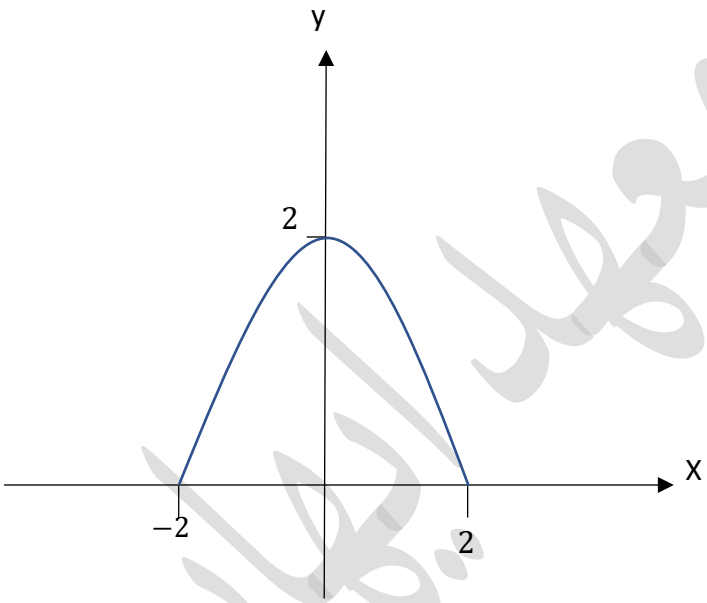
لا يوجد تقاطع مع محور y لأن الصفر خارج مجال لتعريف

معهد إيهاب عمر

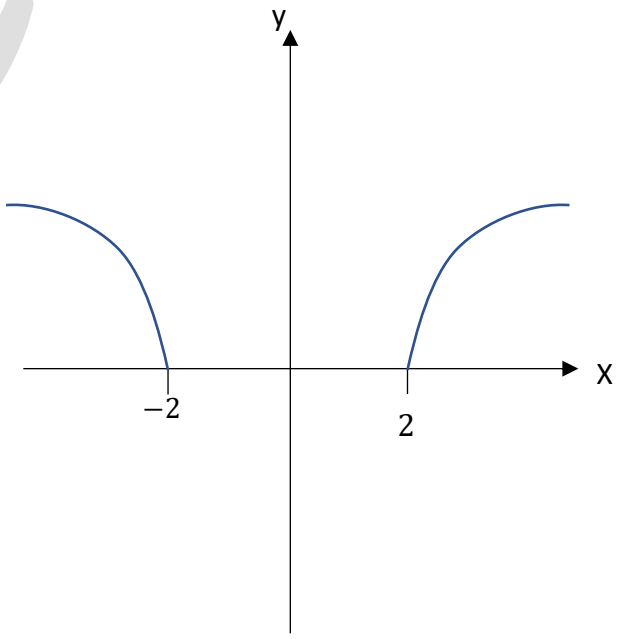
(ج)(2)

الرسم البياني للدالتين

الرسم البياني للدالة $f(x)$:



الرسم البياني للدالة $g(x)$:



معهد إيهاب عمر