بحث دوال نسبية – شتاء متأخر 2021

سُؤال 6:

معطاة الدالّة $f(x)=\frac{16}{x^2}-x^2$.

أ. **(1)** جد مجال تعريف الدالّة $f(x)$.

(2) جد خطوط التقارب المعامدة للمحورين للدالّة $f(x)$ (إذا وُجدت مثل هذه الخطوط).

ب. جد مجالات تصاعد وتنازل الدالّة $f(x)$.

جـ. جد إحداثيّات نقاط تقاطع الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ مع المحور x .

د. ارسم رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا للدالّة $f(x)$.

هـ. جد المساحة المحصورة بين الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ والمحور x والعمود $x=1$.

(أ)(1)

مجال التعريف

$$f(x)=\frac{16}{x^2}-x^2$$

$$x^2 \neq 0$$

$$\Downarrow \quad \sqrt{\ }$$

$$x \neq 0$$

(أ)(2) نجد المحاذيات الافقية والعامودية

المحاذية العامودية ←

$$\lim_{x\to 0} \frac{16}{0^2} - 0^2 = \infty - 0 = \infty$$

اذًا $x = 0$ هي محاذية عامودية

المحاذية الافقية ←

$$\lim_{x\to \infty} \frac{16}{x^2} - x^2 = 0 - \infty = -\infty$$

اذًا لا توجد محاذية افقية

هانت صديقي

(ب) نجد مجالات التصاعد والتنازل للدالة

$$f'(x)=\frac{-16\cdot 2x}{(x^2)^2}-2x$$

$$\Downarrow$$

$$0=\frac{-16\cdot 2x}{x^4}-2x$$

$$\Downarrow$$

نخرج $-2x$ عامل مشترك

$$0=-2x\cdot\left(\frac{16}{x^4}+1\right)$$

$$-2x=0$$

$\div(-2)$ $\Downarrow$

$$x=0$$

$\emptyset$

$$\frac{16}{x^4}+1=0$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{16}{x^4}=-1$$

$\cdot -x^4$ $\Downarrow$

$$-16=x^4$$

$\emptyset$

x	-4	0	4
f'(x)	+	مجال غير معرف	−
f(x)	↗		↘

مجال التصاعد $x<0$ مجال التنازل $x>0$

(ج) نجد نقاط التقاطع مع محور x

$$f(x)=\frac{16}{x^2}-x^2$$

$$\Downarrow$$

$$0=\frac{16}{x^2}-x^2$$

$$\Downarrow \quad \cdot x^2$$

$$0=16-x^4$$

$$\Downarrow$$

$$x^4=16$$

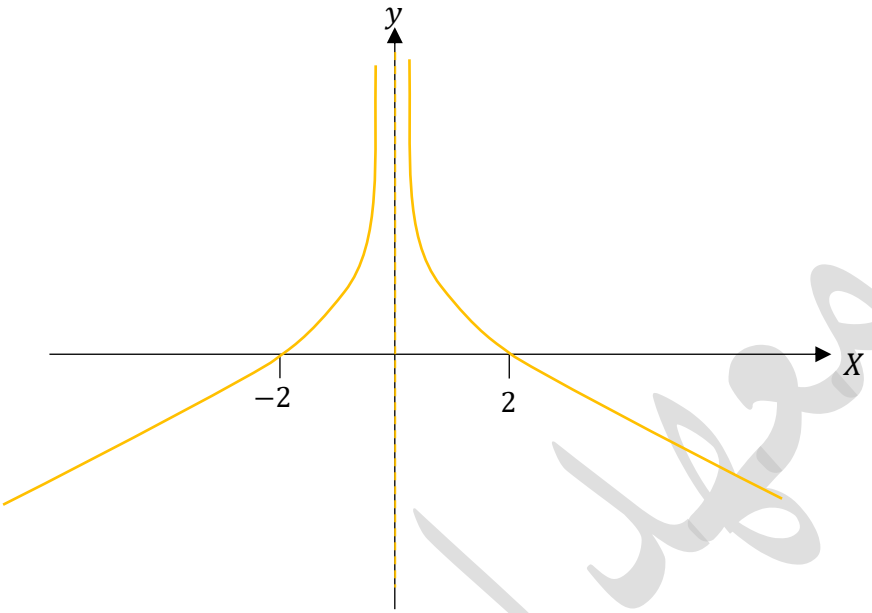
$$\Downarrow \quad \sqrt[4]{\ }$$

$$x=\pm 2$$

نقاط التقاطع مع محور x $\leftarrow$ $(2,0)\ ,\ (-2,0)$

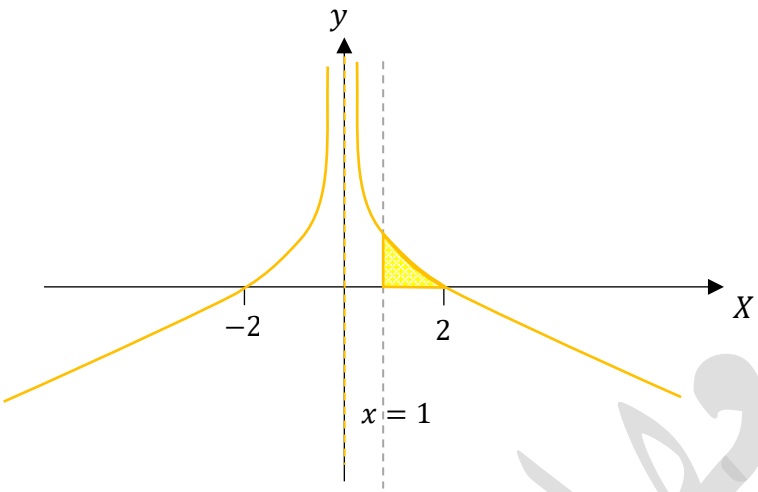
معهد إيهاب عمر

(د) نرسم رسما بيانيا للدالة



معهد إيهاب عمر

(هـ) نجد المساحة الملونة



$$S = \int_1^2 f(x)\,dx$$

$$\Downarrow$$

$$S = \int_1^2 \left(\frac{16}{x^2} - x^2\right) dx$$

$$\Downarrow$$

$$S = \int_1^2 (16 \cdot x^{-2} - x^2)\,dx$$

$$\Downarrow$$

$$S = \int_1^2 \left(\frac{16 \cdot x^{-1}}{-1} - \frac{x^3}{3}\right) dx$$

$$\Downarrow$$

$$S = \left[\frac{-16}{x} - \frac{x^3}{3}\right]_1^2$$

$$\Downarrow$$

مظلّش كثير انزل
أخرى شوي :)

معهد إيهاب عمر

$$S=\left(\frac{-16}{2}-\frac{2^3}{3}\right)-\left(\frac{-16}{1}-\frac{1^3}{3}\right)$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{S=5\frac{2}{3}}$$

معهد إيهاب عمر