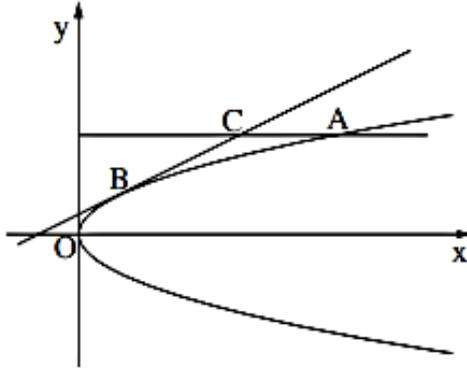


سؤال 1:



النقطة A تقع في الربع الأول على القطع المكافئ الذي معادلته $y^2 = 3x$.

المستقيم الذي يمسّ القطع المكافئ في النقطة B

يوازي الوتر OA (نقطة أصل المحاور).

مرروا عبر النقطة A مستقيماً يوازي المحور x.

هذا المستقيم يقطع المماسّ في النقطة C

(انظر الرسم).

نرمز: x_C – الإحداثي x للنقطة C.

x_A – الإحداثي x للنقطة A.

استعن بالحقيقة أنّ النقطة C تقع على القطع المكافئ الذي معادلته $y^2 = 4x$ ،

وأجب عن البنود "أ" و "ب" و "ج".

أ. عبّر عن x_A بدلالة x_C .

ب. عبّر عن ميل المستقيم OA بدلالة x_C .

ج. معطى أيضاً أنّ مساحة المثلث BCA هي 0.5625.

جد إحداثيات النقطة C.

(أ)

النقطة C تقع على القطع المكافئ $y^2 = 4x$

⇓

$$(1) \quad (y_C)^2 = 4x_C$$

النقطة A تقع على القطع المكافئ $y^2 = 3x$

⇓

$$(2) \quad (y_A)^2 = 3x_A$$

A و C موجودتان على مُستقيم مُوازي للمحور x

⇓

$$(3) \quad y_C = y_A$$

$$(3) \quad y_A = y_C$$

⇓

$$(y_A)^2 = (y_C)^2$$

⇓

$$(2) \quad 3x_A = 4x_C \quad (1)$$

⇓

$$x_A = \frac{4}{3}x_C$$

$$(y_A)^2 = 3x_A$$

⇓ النقطة A تقع في الربع الأول ← y_A موجب

$$y_A = \sqrt{3x_A}$$

$$A(x_A, \sqrt{3x_A}) \xrightarrow{x_A = \frac{4}{3}x_C} A\left(\frac{4}{3}x_C, \sqrt{3 \cdot \frac{4}{3}x_C}\right) \rightarrow A\left(\frac{4}{3}x_C, 2\sqrt{x_C}\right)$$

$$OA_{\text{ميل}} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_A - y_0}{x_A - x_0} = \frac{2\sqrt{x_C} - 0}{\frac{4}{3}x_C - 0} = \frac{2\sqrt{x_C}}{\frac{4}{3}x_C} = \frac{3}{2\sqrt{x_C}}$$

(ج)

مُعَادِلَةُ المماس للقطع المُكَافِئِ $y^2 = 3x$ فِي النُقْطَةِ B : $y \cdot y_B = 1.5 \cdot (x + x_B)$

⇓

$$y = \frac{1.5}{y_B} \cdot x + \frac{1.5 \cdot (y_B)^2}{3}$$

$$\frac{1.5}{y_B} : \text{ميل المماس في النقطة B}$$

المماس في النقطة B يُوازي الوتر OA

⇓

$$\frac{3}{2\sqrt{x_C}} = \frac{1.5}{y_B}$$

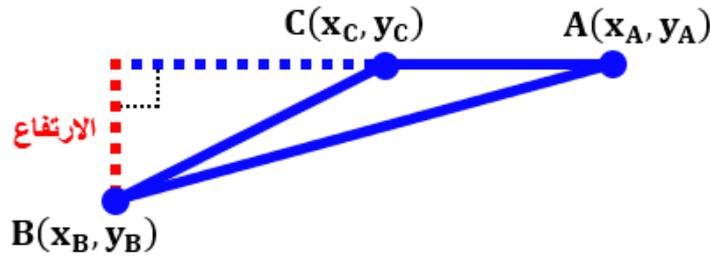
· (2y_B√x_C) ⇓

$$3y_B = 3\sqrt{x_C}$$

÷ 3 ⇓

$$y_B = \sqrt{x_C}$$

ننظر الى المثلث BCA :



$$S_{BCA} = \frac{AC \cdot (\text{الارتفاع})}{2} = \frac{(x_A - x_C) \cdot (y_C - y_B)}{2}$$

$$(y_C)^2 = 4x_C \rightarrow y_C = \sqrt{4x_C} = 2\sqrt{x_C}$$

$$x_A = \frac{4}{3}x_C \quad (\text{وجدنا سابقا})$$

$$y_B = \sqrt{x_C} \quad (\text{وجدنا قبل قليل})$$

$$S_{BCA} = \frac{\left(\frac{4}{3}x_C - x_C\right) \cdot (2\sqrt{x_C} - \sqrt{x_C})}{2} = \frac{\left(\frac{1}{3}x_C\right) \cdot (\sqrt{x_C})}{2} = \frac{x_C \cdot \sqrt{x_C}}{6}$$

$$S_{BCA} = 0.5625 \text{ : مُعطى}$$

⇓

$$\frac{x_C \cdot \sqrt{x_C}}{6} = 0.5625$$

·6 ⇓

$$(\sqrt{x_C})^3 = 3.375$$

الجزر الثالث للطرفين ⇓

$$\sqrt{x_C} = 1.5$$

تربيع الطرفين ⇓

$$x_C = 2.25$$

$$y_C = 2 \cdot \sqrt{x_C} \rightarrow y_C = 2 \cdot \sqrt{2.25} = 2 \cdot 1.5 = 3$$

$$C(2.25, 3)$$