أعداد مركبة شتاء 2020

3 أ. حلّ المعادلة $z^3=-1$ (z هو عدد مركّب). فصّل حساباتك.

a_n هي متوالية هندسيّة أساسها هو $2i$.

ب. بيّن أنّه لكلّ n طبيعيّ $a_{n+4}=16a_n$.

النقاط A وَ B وَ C وَ D في مستوى جاوس تمثّل حدود المتوالية a_1 وَ a_2 وَ a_3 وَ a_4 بالتلاؤم.

a_1 هو أحد حلول المعادلة $z^3=-1$.

النقطة A تقع في الربع الأوّل.

جـ. (1) ارسم رسمًا تقريبيًّا للشكل الرباعيّ ABCD .

(2) جد مساحة الشكل الرباعيّ ABCD .

د. النقاط A′ وَ B′ وَ C′ وَ D′ تمثّل حدود المتوالية a_5 وَ a_6 وَ a_7 وَ a_8 بالتلاؤم.

جد النسبة بين مساحة الشكل الرباعيّ A′B′C′D′ وبين مساحة الشكل الرباعيّ ABCD $\left(\frac{S_{A'B'C'D'}}{S_{ABCD}}\right)$.

علّل.

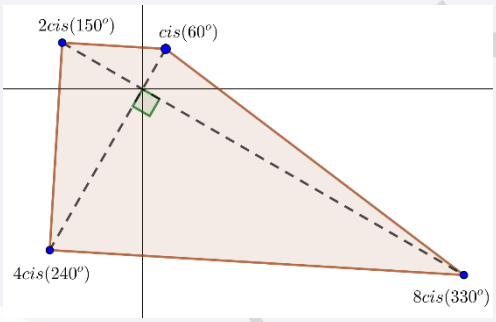
1 أ $z^3=-1=cis(180^o+360^ok)$

$$z=cis\left(\frac{180^o+360^ok}{3}\right)=cis(60^o+120^ok)$$

$$z=cis(60^o),\quad z=cis(180^o),\quad z=cis(300^o)$$

ب $a_{n+4}=q^4a_n=(2i)^4a_n=(2)^4\cdot(i)^4a_n=16a_n$

ج (1) معطى ان a_1 أحد حلول المعادلة $z^3=-1$ ويقع في الربع الاول, نستنتج أن $a_1=cis(60^o)$.
معطى أيضا ان أساس المتوالية $2i$, أي ان $q=2cis(90^o)$.



$$a_1=cis(60^o)$$
$$a_2=cis(60^o)\cdot 2cis(90^o)=2cis(150^o)$$
$$a_3=2cis(150^o)\cdot 2cis(90^o)=4cis(240^o)$$
$$a_4=4cis(240^o)\cdot 2cis(90^o)=8cis(330^o)$$

(2) الشكل الرباعي أقطاره متعامدة لذلك مساحته هي نصف ضرب أقطاره.

$$S_{ABCD}=\frac{1}{2}(4+1)(2+8)=\frac{1}{2}\cdot 5\cdot 10=25$$

د النقاط الجديدة تكون نفس الشكل ولكن بأبعاد أكبر ب 16 مرة. لذلك مساحته هي

$$S_{A'B'C'D'}=\frac{1}{2}(16+4\cdot 16)(2\cdot 16+8\cdot 16)=16^2\cdot\frac{1}{2}(1+4)(2+8)$$

$$S_{A'B'C'D'} = S_{ABCD} \cdot 16^2$$

$$\frac{S_{A'B'C'D'}}{S_{ABCD}} = 16^2$$

معهد إيهاب عمر