نموذج 471 – صيف خاص 2023

أجب عن خمسة من الأسئلة، على الأقل سؤال واحد من كل فصل (لكل سؤال - 20 درجة).

انتبه: إذا أجبت عن أكثر من خمسة أسئلة، فسيتم فحص أول خمس إجابات.

الفصل الأول – الإحصاء والاحتمال

1. في مدرسة معينة، أُجري امتحانان في الرياضيات. العلامات في كل امتحان تتوزع طبيعياً. في الامتحان الأول كان المعدل 65.05 والانحراف المعياري للعلامات كان 15. العلامة التي حصلت عليها شيرين في الامتحان الأول كانت 70.

أ. ما هي نسبة الطلاب الذين حصلوا على علامة أقل من العلامة التي حصلت عليها شيرين في الامتحان الأول؟

العلامة التي حصلت عليها شيرين في الامتحان الثاني كانت 78.

نسبة الطلاب الذين حصلوا على علامة أقل من العلامة التي حصلت عليها شيرين في الامتحان الثاني، هي نفس نسبة الطلاب الذين حصلوا على علامة أقل من علامتها في الامتحان الأول.

الانحراف المعياري للعلامات في الامتحان الثاني كان 10.

ب. احسب معدل العلامات في الامتحان الثاني.

آدم حصل على نفس العلامة في كلا الامتحانين. من المعروف أنه في الامتحان الأول، 29.8% من الطلاب حصلوا على علامة أعلى منه.

ج. (1) ما هي العلامة التي حصل عليها ادم في كلا الامتحانين؟

(2) في أي من الامتحانين استطاع ادم أن ينجح أكثر، نسبةً لجميع الطلاب الذين أُمتحنوا؟ علّل إجابتك.

2. معلمة رياضيات لطلاب الصف الحادي عشر، أرادت فحص العلاقة الخطية بين علامات الطلاب في امتحان بجروت الرياضيات (المتغير x) وبين علاماتهم السنوية (المتغير y).
في الجدول أمامكم، تم عرض علامات خمسة طلاب اختبروا في عام 2022. العلامة السنوية للطالب الخامس غير معروضة.

علامة امتحان البجروت (x)	العلامة السنوية (y)
59	78
60	81
60	81
60	81
61	؟

أ. احسب معدل علامات امتحان البجروت لهؤلاء الطلاب.

المعلمة حسبت خط الانحدار للتنبؤ بـ y بناءً على x. معطى أنه بالنسبة لـ $x = 60$ القيمة المُتنبّئة هي $y = 80$. معطى أيضا أن ميل خط الانحدار هو 0.5.

ب. (1) جدوا معادلة خط الانحدار.
(2) احسبوا العلامة السنوية للطالب الخامس. فسّروا.

فيما يتعلق بخمسة طلاب أُختبروا في العام 2021، حسبت المعلمة معامل الارتباط (מקדם המתאם) بين المتغيّرين، ثم حسبت خط الانحدار للتنبؤ بـ y بناءً على x. اكتشفت أن العلامة السنوية لكل طالب كانت مطابقة **تمامًا** للعلامة السنوية المتنبئة له بواسطة خط الانحدار.

ج. حددوا ما هما الادّعاءان الممكنان من بين الادعاءات (1) – (4) التالية. عللوا.

1. $0 < r < 1$
2. $r = 1$
3. $-1 < r < 0$
4. $r = -1$

3. يوجد في علبة 4 أزرار حمراء وَ 3 أزرار زرقاء.

تلعب دانا بالأزرار:

تُخرِج دانا بشكل عشوائيّ زرًّا واحدًا من العلبة. إذا خرج زرّ أزرق، فإنّها تعيده إلى العلبة، وإذا خرج زرّ أحمر، فإنّها لا تعيده إلى العلبة. بعد ذلك، تُخرِج دانا بشكل عشوائيّ زرًّا ثانيًا من العلبة.

أ. ما هو الاحتمال بأن تكون دانا قد أخرجت زرَّيْن بلونين مختلفين؟

ب. ما هو الاحتمال بأن تكون دانا قد أخرجت على الأكثر زرًّا واحدًا أحمر؟

تلعب رانية ودانا معًا بالأزرار:

رانية ودانا ترميان قطعة معدنيّة متوازنة كُتِب على إحدى جهتيها الحرف A وكُتِب على جهتها الأخرى الحرف B.

إذا نتج الحرف A، تُخرِج دانا بشكل عشوائيّ زرَّيْن من العلبة بالطريقة الموصوفة في مقدّمة السؤال.

إذا نتج الحرف B، تُخرِج رانية بشكل عشوائيّ زرَّيْن من العلبة مع إعادة.

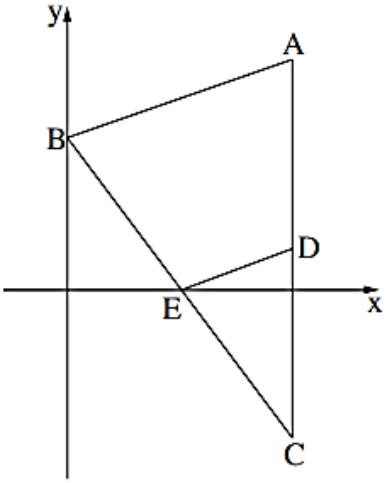
جـ. ما هو الاحتمال بأن يكون الزرّان اللذان خرجا في هذه اللعبة بلونين مختلفين؟

د. معلوم أنّ الزرَّيْن اللذين خرجا في هذه اللعبة كانا بلونين مختلفين.

ما هو الاحتمال بأن يكون الزرّ الأوّل الذي خرج هو أحمر؟

الفصل الثاني: هندسة

4. في الرسم الذي أمامك موصوف المثلث ABC.
الرأس B يقع على محور الـ y، والضلع AC موازٍ لمحور y.
معطى أنّ: $A(6,6)$, $AB = \sqrt{40}$.
الإحداثي y للرأس B أصغر من 6.



أ. جدوا إحداثيات الرأس B.

النقطة E هي منتصف الضلع BC.
معطى: النقطة E تقع على محور x.

ب. جدوا إحداثيات النقاط E و C.

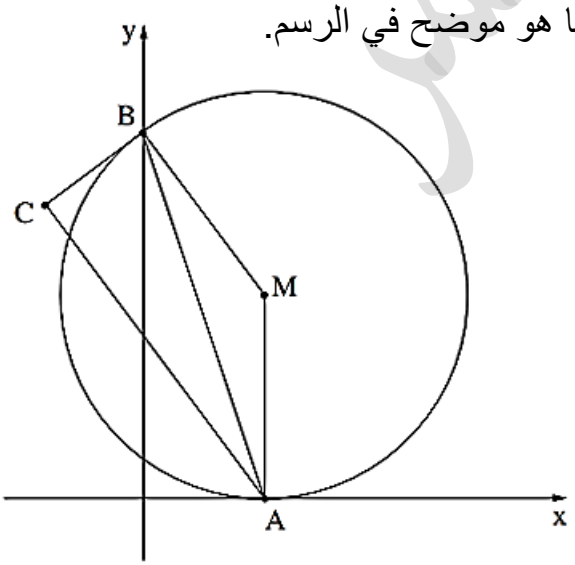
النقطة D هي منتصف الضلع AC.
من النقطة E نمرر مستقيما موازٍ لمحور y ويقطع الضلع AB في النقطة F.

ج. (1) برهنوا أن الشكل الرباعي FADE هو متوازي أضلاع.
(2) احسبوا مساحة متوازي الاضلاع FADE.
د. جدوا مقدار الزاوية DEF.

5. معطاة دائرة مركزها $M(6,10)$. الدائرة تمس محور x في النقطة A .

أ. جدوا معادلة الدائرة.

النقطة B هي إحدى نقاط تقاطع الدائرة مع محور y، كما هو موضح في الرسم.



المستقيم BC يمس الدائرة في النقطة B .

ب. (1) جدوا إحداثيات النقطة B.

(2) جدوا معادلة المماس للدائرة، BC.

معطى أنّ: $\sphericalangle BCA = 90°$.

ج. (1) برهنوا أن: AC موازٍ لـ MB .

(2) برهنوا أن: AB ينصف الزاوية CAM.

د. احسبوا طول القطعة AC.

الفصل الثالث - حساب التفاضل والتكامل للبولينومات وللدوالّ النسبيّة ولدوالّ الجذر

6. معطاة دالة: $f(x) = \frac{2x}{x^2-a}$. a بارامتر.

معطى أن الرسم البياني للدالة $f(x)$ يمر عبر النقطة $(3, 1.2)$.

أ. جدوا قيمة a .

عوضوا $a = 4$ في الدالة $f(x)$، وأجيبوا عن البنود **ب - و**.

ب. جدوا مجال تعريف الدالة $f(x)$.

ج. جدوا معادلات خطوط تقارب المعامدة لمحاور الدالة $f(x)$.

د. جدوا مجالات التصاعد والتنازل للدالة $f(x)$ (إن وجدت).

ه. ارسموا رسما تقريبيًا للدالة $f(x)$.

معطاة الدالة: $g(x) = -f(x) + 1$

و. (1) ارسموا رسما تقريبيًا لرسم الدالة $g(x)$.

(2) كم حلًّا يوجد للمعادلة $g(x) = 1$؟ عللوا.

معهد إيهاب عمر

7. معطاة الدالة: $f(x) = 6x \cdot (\sqrt{x} - m)$. $m > 0$ هو بارامتر.

أ. جدوا مجال تعريف الدالة $f(x)$.

توجد للدالة $f(x)$ نقطة قصوى داخلية واحدة في النقطة التي فيها $x = 4$.

ب. (1) جدوا قيمة m .

(2) جدوا إحداثيات نقاط تقاطع رسم الدالة $f(x)$ مع المحاور.

(3) جدوا إحداثي y لنقطة القصوى الداخلية للدالة $f(x)$، وحددوا نوعها.

ج. ارسموا رسماً تقريبياً لرسم الدالة $f(x)$.

د. (1) ارسموا رسماً تقريبياً لرسم دالة المشتقة $f'(x)$ في المجال $x \geq 1$.

(2) جدوا المساحة المحصورة بين رسم المشتقة $f'(x)$، المستقيم $x = 1$ ومحور x.

8. معطاة الدالّة $f(x) = -x^2 + 18x$ والمستقيم $y = 3x$.

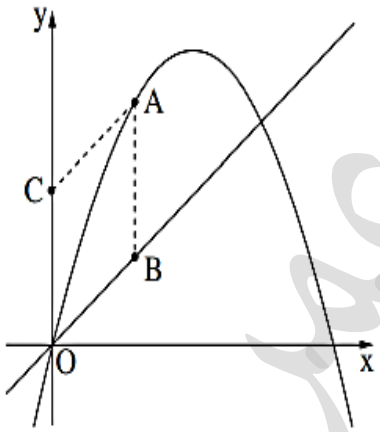
النقطة A تقع على الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ في الرُّبْع الأوّل.

النقطة B تقع على المستقيم المعطى بحيث تقع النقطة A فوقها، كما هو موصوف في الرسم.

O هي نقطة أصل المحاور.

النقطة C تقع على الجزء الموجب للمحور y

بحيث يكون الشكل الرباعيّ ABOC متوازي أضلاع.



نرمز بـ t إلى الإحداثيّ x للنقطة A .

أ. عبِّروا بدلالة t عن طول الضلع AB وعن طول الارتفاع على الضلع AB في متوازي الأضلاع.

ب. جدوا قيمة t التي بالنسبة لها مساحة متوازي الأضلاع ABOC هي أكبر ما يمكن.