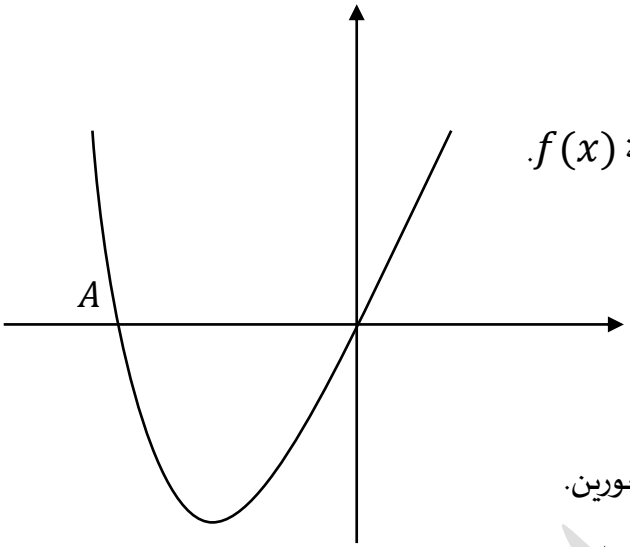
امتحان 3 - بحث دوال جذريّة

1) معطاة الدّالّة $f(x) = x^2\sqrt{x+b}$. معطى الرّسم البيانيّ للدالّة $f'(x)$.

الرّسم البيانيّ لدالّة المشتقّة $f'(x)$ يقطع محور x في نقطة أصل المحاور وفي النّقطة $A(-4,0)$ فقط.



أ. استعينوا بالرّسم المعطى وأجيبوا عن البنود التّالية:

(1) جدوا إحداثيّ الـx للنّقاط القصوى الدّاخليّة للدّالّة $f(x)$.

(2) جدوا قيمة b.

ب. عوّضوا قيمة b وأجيبوا عن البنود التّالية:

(1) جدوا مجال التّعريف الدّالّة $f(x)$.

(2) جدوا إحداثيّات نقاط تقاطع الدّالّة $f(x)$ مع المحورين.

(3) جدوا إحداثيّات النّقاط القصوى للدالّة $f(x)$، وحدّدوا نوعها.

(4) ارسموا رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا للدّالّة $f(x)$.

معطاة الدالة $g(x) = f(x+4)$.

ج. جدوا مجال تعريف الدّالّة $g(x)$.

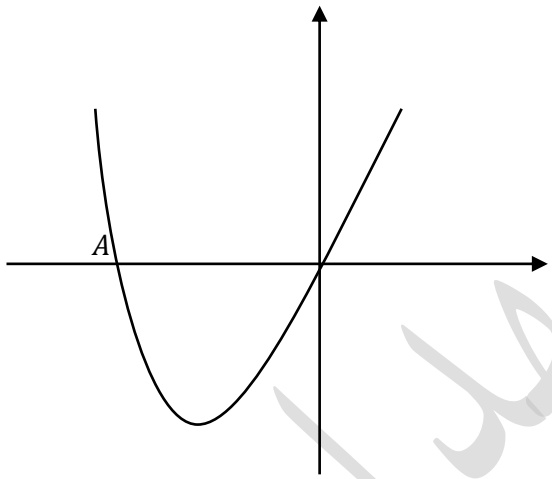
معهد إيهاب عمر

مع كورساتنا الاونلاين، تميّز أكثر
جرب مجانًا الآن

أ. (1) نجد إحداثي x للنقاط القصوى الدّاخليّة للدّالّة $f(x)$

حسب علاقة المشتقّة بالدّالّة، النّقاط الصّفريّة للمشتقّة هي نقاط قصوى للدالّة

معطى أن للمشتقّة نقطتين صفريّتين في $(-4,0)$ و $(0,0)$



لذلك فإنّ للدّالّة $f(x)$ نقطتين قصوتين عندما:

$$x=-4\text{ ، }x=0$$

معهد إيهاب عمر

مع كورساتنا الاونلاين، تميّز أكثر
جرب مجانًا الآن

أ. (2) نجد قيمة b

معطى أنّ: $f'(-4) = 0$

$$f(x) = x^2 \cdot \sqrt{x+b}$$

نشتقّ الدّالّة:

$$f'(x) = 2x \cdot \sqrt{x+b} + \frac{1}{2\sqrt{x+b}} \cdot x^2$$

$$f'(x) = 0$$

$$0 = 2x \cdot \sqrt{x+b} + \frac{1}{2\sqrt{x+b}} \cdot x^2 \ \backslash \cdot 2\sqrt{x+b}$$

$$f'(x) = 4x \cdot (x+b) + x^2$$

$$f'(x) = 4x^2 + 4xb + x^2$$

$$f'(x) = 5x^2 + 4xb$$

$$f'(-4) = 0$$

$$5 \cdot (-4)^2 + 4 \cdot (-4)b = 0$$

$$80 - 16b = 0$$

$$16b = 80 \ \backslash : 16$$

$$b = 5$$

ب. (1) نجد مجال التّعريف للدالّة $f(x)$

$$f(x) = x^2\sqrt{x+5}$$

حتّى تكون الدّالّة معرّفة يجب أن يكون ما تحت الجذر صفر أو موجب

$$x + 5 \geq 0$$

$$x \geq -5$$

مع كورساتنا الاونلاين، تميّز أكثر
جرب مجانًا الآن

ب. (2) نجد نقاط التقاطع مع المحورين

$$f(x) = x^2\sqrt{x+5}$$

$$f(x) = 0$$

$$x^2\sqrt{x+5} = 0$$

$\sqrt{x+5} = 0 \backslash ()^2$

$x + 5 = 0$

$x = -5$

$x^2 = 0 \backslash \sqrt{}$

$x = 0$

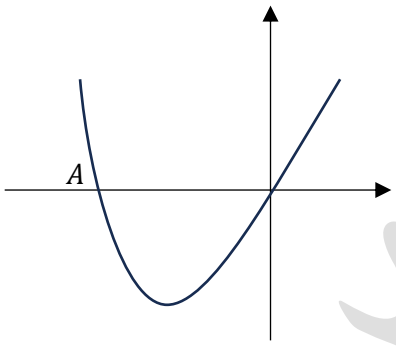
$$(0,0) \quad (-5,0)$$

ب. (3) نجد إحداثيات النقاط القصوى للدالّة $f(x)$ ونحدّد نوعها

معطى أنّ للمشتقّة نقطتين صفريّتين وهي نقاط قصوى للدالة

$x = -4,\ x = 0$ في

نجد إحداثيّي y لهما:



$$f(0) = 0^2\sqrt{0+5} = 0$$

$$f(-4) = (-4)^2\sqrt{-4+5} = 16$$

$$(0,0)\ (-4,16)$$

نستعين برسمة المشتقّة لنحدّد نوعهما

f': + تصاعد: f

f': − تنازل: f

نجد مجالات الموجبية والسالبية في المشتقة وهي مجالات التصاعد والتنازل في الدالة

(لا ننسى أنّ نشمل مجال تعريف الدّالّة)

موجبية في المشتقة/ تصاعد في الدالة: $0 < x$ ، $-5 < x < -4$

سالبية في المشتقة/ تنازل في الدالة: $-4 < x < 0$

مع كورساتنا الاونلاين، تميّز أكثر
جرب مجانًا الآن

النقطة $(-4,16)$ نقطة قصوى عظمى قبلها الدالة تتصاعد وبعدها تتنازل

النقطة $(0,0)$ نقطة قصوى صغرى قبلها الدالة تتنازل وبعدها تتصاعد

نقطة الطرف تعتبر نقطة قصوى وفي الرسمة بعدها الدالة تتصاعد فهي صغرى

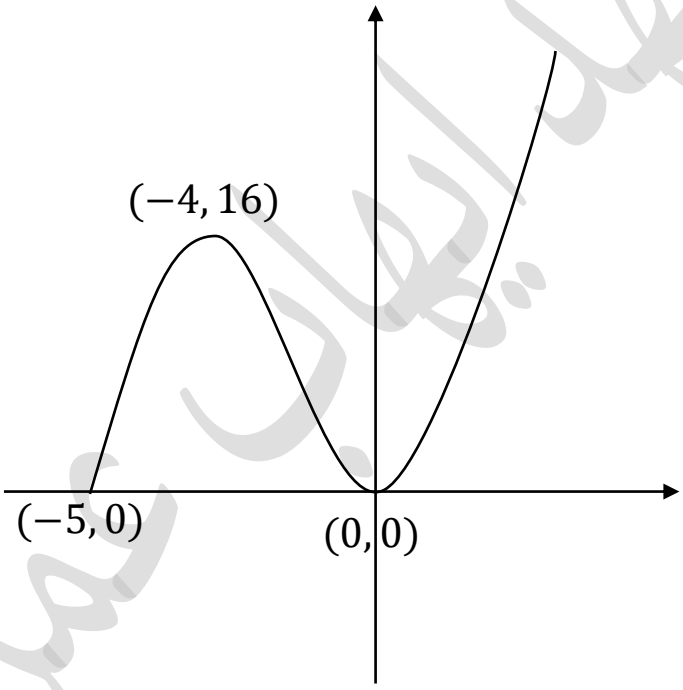
$$f(-5) = (-5)^2\sqrt{-5+5} = 0$$

$$min(0,0) \quad max(-4,16)\ \min(-5,0)$$

ب. (4) نرسم رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا للدالة $f(x)$

نستعين بمجالات التّصاعد والتّنازل التي وجدناها،

النّقاط القصوى والصّفرية ومجال التّعريف



ج. نجد مجال تعريف الدّالّة $g(x)$

معطاة الدّالّة $g(x) = f(x+4)$

هذه إزاحة أفقيّة الى اليسار مقدارها 4 وحدات

لذلك سيتم إزاحة مجال تعريف الدالة كذلك

$$x \geq -5 - 4$$

$$x \geq -9$$

معهد إيهاب عمر

مع كورساتنا الاونلاين، تميّز أكثر
جرب مجانًا الآن