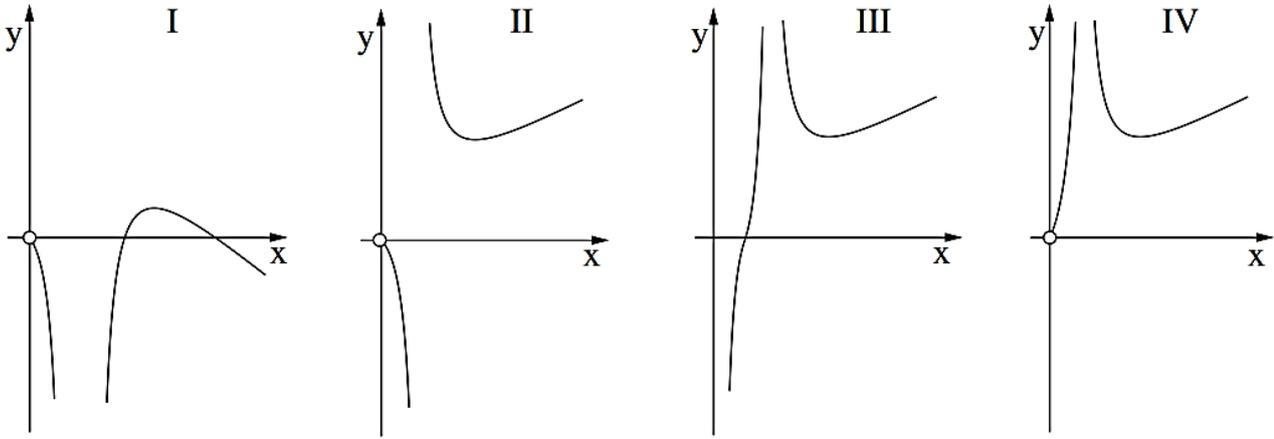


بحث دالة لوغاريتمية – صيف 2012

(3) معطاة الدالة  $f(x) = \frac{2x}{\ln(2x)}$  .

- أ. جد مجال تعريف الدالة.  
 ب. جد إحداثيات النقطة القصوى للدالة، وحدد نوع هذه النقطة.  
 ج. جد مجالات تصاعد وتنازل الدالة.  
 د. من بين الرسوم البيانية IV-I التي أمامك، أي رسم بياني هو للدالة  $f(x)$ ؟ علّل.



هـ. فسّر لماذا بالنسبة لـ  $x > \frac{e}{2}$  يتحقق  $f(x) > e$  .

نجد مجال التعريف

(أ)

$$f(x) = \frac{2x}{\ln(2x)}$$

$$\begin{aligned} \ln(2x) &\neq 0 \\ 2x &\neq 1 \\ x &\neq \frac{1}{2} \end{aligned}$$

وأيضًا

$$\begin{aligned} 2x &> 0 \\ x &> 0 \end{aligned}$$

⇓

$$x \neq \frac{1}{2}, x > 0$$

نجد احداثيات النقاط القصوى  $f(x)$

(ب)

$$f'(x) = 0$$

↓

$$\frac{2\ln(2x) - 2x \cdot \frac{2}{2x}}{(\ln(2x))^2} = 0 \quad \cdot (\ln(2x))^2$$

$$2\ln(2x) - 2 = 0 \quad :2$$

$$\ln(2x) = 1$$

$$2x = e \quad :2$$

↓

$$x = \frac{e}{2}$$

↓

نصنف:

$x$	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{e}{2}$	2
$f'(x)$	مجال غير معرف	-	مجال غير معرف	-	0	+
$f(x)$	مجال غير معرف	↘	مجال غير معرف	↘	$e$	↗

النقطة القصوى هي  $\left(\frac{e}{2}, e\right)_{min}$  ←

نجد مجالات تصاعد وتنازل الدالة

(ج)

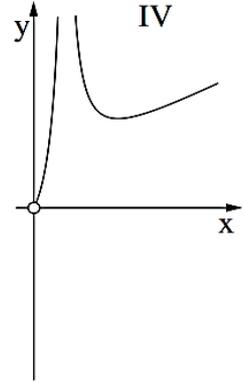
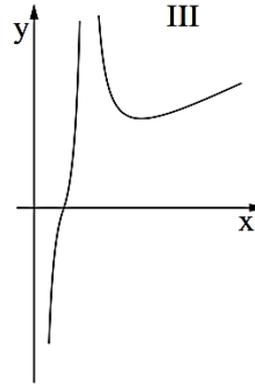
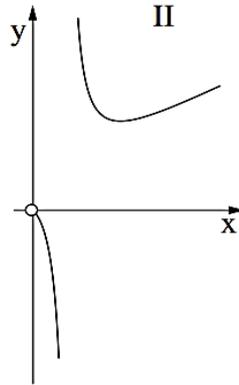
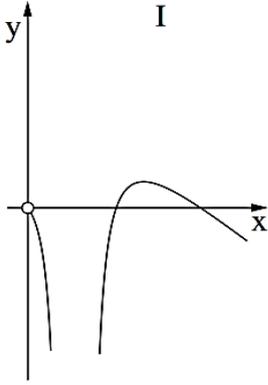
بالاعتماد على البند السابق:

$$x > \frac{e}{2} \leftarrow \text{تصاعد}$$

$$x \neq \frac{1}{2}, 0 < x < \frac{e}{2} \leftarrow \text{تنازل}$$

تحديد الرسم البياني الملائم للدالة

(د)



×

النقطة القصوى يجب أن تكون  $min$

✓

تستوفي جميع الشروط

×

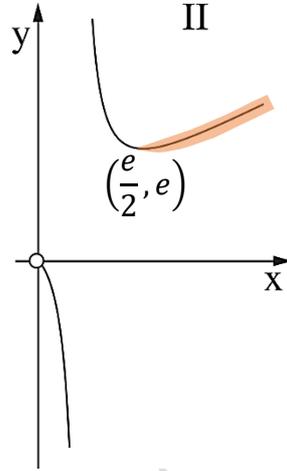
على الدالة أن تكون تنازلية في المجال  $0 < x < \frac{1}{2}$

×

على الدالة أن تكون تنازلية في المجال  $0 < x < \frac{1}{2}$

نفسر المطلوب

(هـ)



بما أن النقطة  $(\frac{e}{2}, e)$  هي  $min$ ، إذاً كل احداثيات ال  $y$  بعد هذه النقطة ستكون

بالتأكيد أكبر من  $e$ .

أي بكلمات أخرى  $f(x) > e$  لكل  $x > \frac{e}{2}$ .

وهو المطلوب.

