امتحان 4 – بحث دوال جذرية

1) معطاة الدالة $f(x) = (x - a) \cdot \sqrt{2x}$.

معطى أنّ للدالّة نقطة قصوى داخليّة في $x = 2$.

أ. جدوا قيمة a.

ب. جدوا مجال تعريف الدّالّة $f(x)$.

ج. جدوا إحداثيّات النّقاط القصوى للدّالّة $f(x)$ وحدّدوا نوعها.

د. جدوا مجالات التّصاعد والتّنازل للدّالّة $f(x)$.

هـ. جدوا إحداثيّات نقاط تقاطع الدّالّة $f(x)$ مع المحورين.

و. ارسموا رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا للدالّة $f(x)$.

ز. جدوا إحداثيّات النّقاط القصوى للدالّتين الآتيتين:

i. $g(x) = f(x - 3)$.

ii. $h(x) = -f(x) + 2$.

معهد ايهاب عمر

مع كورساتنا الاونلاين، تميّز أكثر
جرب مجانًا الآن

أ. نجد قيمة a

معطى أنّ للدالّة نقطة قصوى داخليّة في النّقطة التي فيها $x = 2$

$$f'(2) = 0$$

$$f(x) = (x-a)\sqrt{2x}$$

نشتقّ الدّالّة:

$$f'(x) = 1 \cdot \sqrt{2x} + (x-a) \cdot \frac{2}{2\sqrt{2x}}$$

$$f'(x) = \sqrt{2x} + (x-a) \cdot \frac{1}{\sqrt{2x}}$$

$$f'(x) = 0$$

$$0 = \sqrt{2x} + (x-a) \cdot \frac{1}{\sqrt{2x}} \quad \backslash \cdot \sqrt{(2x)}$$

$$0 = 2x + (x-a)$$

$$0 = 3x - a$$

$$x = 2$$

$$3 \cdot 2 - a = 0$$

$$a = 6$$

ب. نجد مجال تعريف الدالة $f(x)$

$$f(x) = (x-6)\sqrt{2x}$$

حتى تكون الدالة معرفة يجب ان يكون ما تحت الجذر صفر او أكبر

$$2x \geq 0 \quad \backslash : 2$$

$$x \geq 0$$

مع كورساتنا الاونلاين، تميّز أكثر
جرب مجانًا الآن

ج. نجد إحداثيات النقاط القصوى للدالة $f(x)$ ونحدد نوعها

$$f(x) = (x-6)\sqrt{2x}$$

نشتقّ الدّالّة:

$$f'(x) = 1 \cdot \sqrt{2x} + (x-6) \cdot \frac{2}{2\sqrt{2x}}$$

$$f'(x) = \sqrt{2x} + (x-6) \cdot \frac{1}{\sqrt{2x}}$$

$$f'(x) = 0$$

$$0 = \sqrt{2x} + (x-6) \cdot \frac{1}{\sqrt{2x}} \backslash \cdot \sqrt{2x}$$

$$0 = 2x + (x-6)$$

$$0 = 3x - 6$$

$$3x - 6 = 0$$

$$3x = 6$$

$$x = 2$$

نحدّد نوعها عن طريق المشتقّة الثّانية

$$f''(x) = 3 > 0 \; min$$

نجد إحداثيّ الـy للنّقطة القصوى:

$$f(2) = (2-6)\sqrt{(2 \cdot 2)} = -4 \cdot 2 = -8$$

نقاط الطرف هي نقاط قصوى وبما ان الدالة تتنازل بعدها فهي نقطة عظمى

$$f(0) = (0-6)\sqrt{(2 \cdot 0)} = 0$$

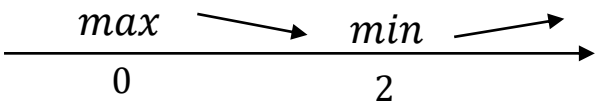
$$min(2,-8) \; ، \; max(0,0)$$

معهد إيهاب عمر

مع كورساتنا الاونلاين، تميّز أكثر
جرب مجانًا الآن

د. نجد مجالات تصاعد وتنازل الدّالّة $f(x)$

نستعين بالنقاط القصوى الي وجدناها



تصاعد $x > 2$

تنازل $0 \leq x < 2$

ه. نجد إحداثيّات نقاط تقاطع الدّالّة $f(x)$ مع المحورين

$$f(x) = (x-6)\sqrt{2x}$$

$$(x-6)\sqrt{2x} = 0$$

$$x - 6 = 0 \qquad \sqrt{2x} = 0 \quad \backslash\,()^2$$

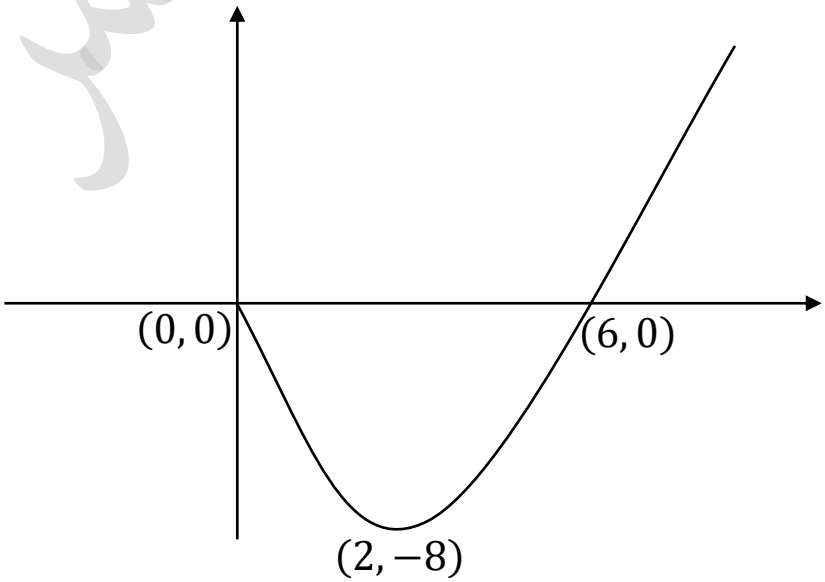
$$x = 6 \qquad 2x = 0 \quad \backslash : 2$$

$$x = 0$$

$(0,0)$ $(6,0)$

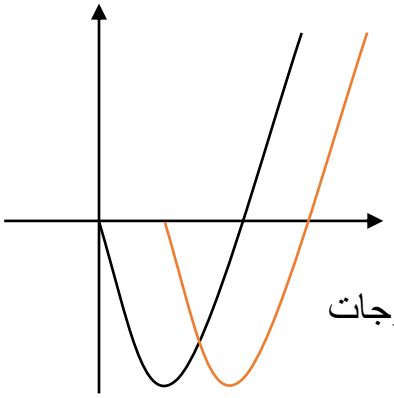
و. نرسم رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا للدالّة $f(x)$

نستعين بالبنود السابقة



مع كورساتنا الاونلاين، تميّز أكثر
جرب مجانًا الآن

ز. نجد إحداثيات النقاط القصوى للدالتين



$$g(x) = f(x-3) \qquad (i)$$

هذه إزاحة أفقيّة الى اليمين مقدارها 3

إحداثيات y لا تتغير بينما إحداثيات y ستزيد بـ3 درجات

$$min(5,-8)\ \ max(3,0)$$

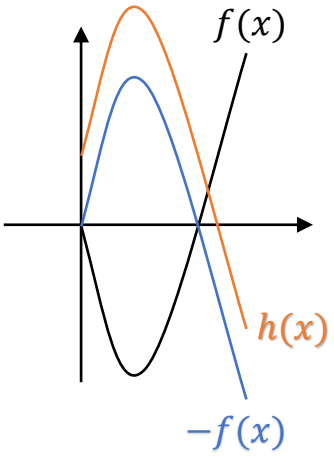
$$h(x) = -f(x) + 2 \qquad (ii)$$

عندما نضرب الدالة بعدد سالب نقلب مجالات التصاعد والتنازل

فالنقاط القصوى تنقلب من عظمى لصغرى والعكس

وتنقلب إشارة الاحداثي y

وعندما نجمع عدد موجب للدالة فهي إزاحة عامودية الى اعلى



$$min(2,-8)\ \ max(0,0)\ \ f(x)$$

$$\Downarrow$$

$$max(2,8)\ \ min(0,0)\ \ -f(x)$$

$$\Downarrow$$

$$max(2,10)\ \ min(0,2)\ \ h(x)$$

مع كورساتنا الاونلاين، تميّز أكثر
جرب مجانًا الآن