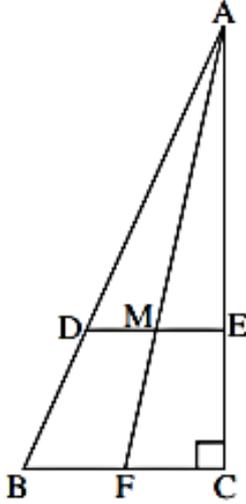


حساب مثلثات صيف 2011 – موعد (ب)

سؤال 5 :



في المثلث القائم الزاوية ABC ($\angle ACB = 90^\circ$)

AF هو المستقيم المتوسط للضلع BC .

المستقيمتان المتوسطتان في المثلث تلتقيان في النقطة M .

مرروا عبر النقطة M مستقيماً يوازي الضلع BC ،

ويقطع الضلعين AB و AC في النقطتين D و E

بالتلاؤم (انظر الرسم).

أ. احسب النسبة $\frac{DE}{BC}$. علّل.

ب. معلوم أنّ DC هو منصف الزاوية ACB .

احسب مقدار الزاويتين الحادتين في المثلث ABC .

(أ)

$\angle AED = \angle ACB$ (زاويا مُتناظرة) (ز)

$\angle ADE = \angle ABC$ (زاويا مُتناظرة) (ز)

ينتج من ذلك أنّ $\triangle ADE \sim \triangle ABC$ (حسب نظرية التشابه ز.ز)

من نتائج التشابه: $\frac{DE}{BC} = \frac{AD}{AB}$

$\angle ADM = \angle ABF$ (زاويا مُتناظرة) (ز)

$\angle AMD = \angle AFB$ (زاويا مُتناظرة) (ز)

ينتج أنّ $\triangle ADM \sim \triangle ABF$ (حسب نظرية التشابه ز.ز)

من نتائج التشابه: $\frac{AD}{AB} = \frac{AM}{AF}$

○ (نقطة التقاء المتوسطات تقسم المتوسط بنسبة 1 : 2) $\frac{1}{2} \cdot AM = MF$

○ $AF = 1\frac{1}{2} \cdot AM \iff AF = AM + \frac{1}{2} \cdot AM \iff AF = AM + MF$

○ ينتج أن : $\frac{AM}{AF} = \frac{AM}{1\frac{1}{2} \cdot AM} = \frac{1}{1\frac{1}{2}} = \frac{2}{3}$

$\frac{DE}{BC} = \frac{AD}{AB}$, $\frac{AD}{AB} = \frac{AM}{AF}$, $\frac{AM}{AF} = \frac{2}{3}$

⇓

$\frac{DE}{BC} = \frac{AD}{AB} = \frac{AM}{AF} = \frac{2}{3}$

⇓

$\frac{DE}{BC} = \frac{2}{3}$

(ب)

$\frac{AD}{AB} = \frac{2}{3} \rightarrow \frac{AD}{AD + BD} = \frac{2}{3} \rightarrow AD = \frac{2}{3} \cdot (AD + BD)$

$\rightarrow AD = \frac{2}{3}AD + \frac{2}{3}BD \rightarrow \frac{1}{3}AD = \frac{2}{3}BD \rightarrow \frac{AD}{BD} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{1}{3}}$

$\rightarrow \frac{AD}{BD} = 2$

○ CD مُنصف الزاوية $\sphericalangle C \iff \frac{AD}{BD} = \frac{AC}{BC}$ (قانون منصف الزاوية - مُنصف زاوية ما في

مثلث يقسم الضلع المقابل للزاوية بنفس النسبة بين الأضلاع المجاورة للزاوية)

○ ينتج أن : $\frac{AC}{BC} = 2$

تنظر الى المثلث ΔABC :

$$\tan(\sphericalangle B) = \frac{AC}{BC} \rightarrow \tan(\sphericalangle B) = 2 \rightarrow \boxed{\sphericalangle B = 63.434^\circ}$$

معهد إيهاب عمر