موعد صيف (أ) 2018

سؤال 4:

معطاة الدالّة $f(x)=\frac{a-e^x}{e^{2x}}$. $a>0$ هو بارامتر.

أ. **(1)** ما هو مجال تعريف الدالّة $f(x)$ ؟

(2) جد إحداثيّات نقاط تقاطع الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ مع المحورين (إذا وُجدت مثل هذه النقاط).
عبّر بدلالة a إذا دعت الحاجة.

معطى أنّ: الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ يمرّ في نقطة أصل المحاور.

ب. جد a .

عوِّض قيمة a التي وجدتَها، وأجب عن البندين "جـ–د".

جـ. (1) جد إحداثيّات النقطة القصوى للدالّة $f(x)$، وحدّد نوع هذه النقطة.

(2) ارسم رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا للدالّة $f(x)$.

الدالّة $g(x)$ تحقّق: $g'(x)=f(x)$.

د. جد الإحداثيّ x للنقطة القصوى للدالّة $g(x)$ ، وحدّد نوع هذه النقطة.

(أ) (1) نجد مجال التعريف:

$$f(x)=\frac{a-e^x}{e^{2x}}$$

$$e^{2x}\neq 0$$

هذا التعبير يتحقق دائما.

الدالة معرفة لكل x

(2) نجد التقاطع مع المحاور:

التقاطع مع محور x:

$$f(x)=0$$

$$\Downarrow$$

$$0=\frac{a-e^x}{e^{2x}}$$

$$\Downarrow \quad \cdot e^{2x}$$

$$0=a-e^x$$

$$\Downarrow$$

$$e^x=a$$

$$\Downarrow$$

$$x=\ln a$$

التقاطع مع محور x $\longleftarrow$ $(\ln a\,,0)$

التقاطع مع محور y :

$$f(0)=\frac{a-e^0}{e^{2\cdot 0}}=\frac{a-1}{1}=a-1$$

$$\Downarrow$$

التقاطع مع محور y $\leftarrow$ $(0,a-1)$

(ب) نجد a:

معطى انَّه : نقطة التقاطع مع المحاور هي $(0,0)$ ووجدنا في البند السابق ان نقطة تقاطع الدالة مع محور y هي $(0,a-1)$

$$\Downarrow$$

$$a-1=0$$

$$\Downarrow$$

$$a=1$$

معهد ايهاب عمر

(ج)(1) نجد النقطة القصوى للدالة ونحدد نوعها:

$$f'(x)=\frac{-e^x\cdot e^{2x}-2(1-e^x)\cdot e^{2x}}{(e^{2x})^2}$$

نخرج عامل مشترك e^{2x}

$$\Downarrow$$

$$f'(x)=\frac{e^{2x}(-e^x-2(1-e^x))}{(e^{2x})^2}$$

$$\Downarrow$$

$$f'(x)=\frac{(-e^x-2+2e^x)}{e^{2x}}$$

$$\Downarrow$$

$$f'(x)=\frac{(-2+e^x)}{e^{2x}}$$

$$\Downarrow$$

$$0=\frac{(-2+e^x)}{e^{2x}}$$

$\cdot e^{2x}$

$$\Downarrow$$

$$0=-2+e^x$$

$$\Downarrow$$

$$e^x=2$$

$$\Downarrow$$

$$x=\ln 2$$

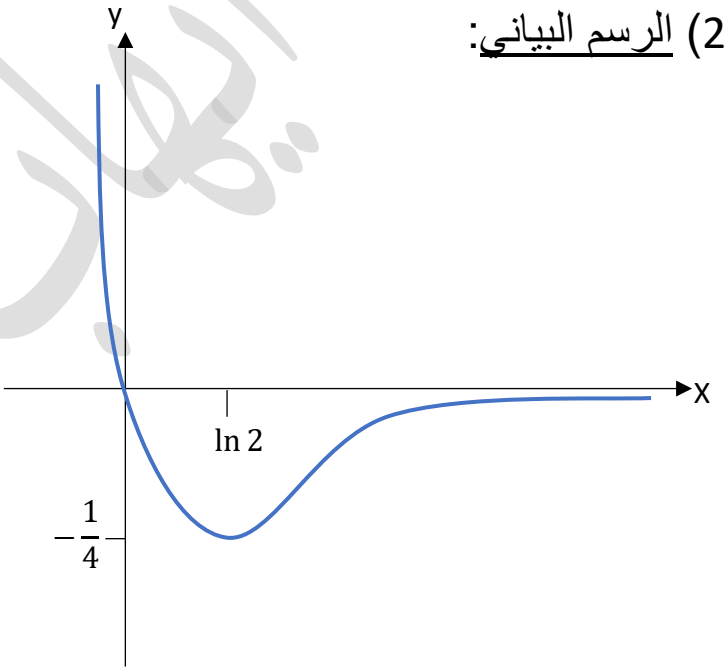
مهند ايهاب عمر

⇓

x	-4	$\ln 2$	4
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	↘	$-\frac{1}{4}$	↗

النقطة القصوى للدالة ← $(\ln 2\ ,-\frac{1}{4})_{min}$

(2) الرسم البياني:



معهد إيهاب عمر

(د) نجد الاحداثي x للدالة $g(x)$:

معطى انَّه : $g'(x) = f(x)$

لكي نجد النقطة القصوى ← $g'(x) = 0$

$$\Downarrow \quad \boxed{g'(x) = f(x)}$$

$$f(x) = 0$$

وجدنا إجابة هذا السؤال في البند السابق عبر الرسم البياني للدالة $f(x)$

$$x = 0 \Leftarrow$$

تذكير:

f '(x)	+	0	−	0	+
f (x)	↗	max	↘	min	↗

لنجد نوع هذه النقطة نستعين برسم الدالة $f(x)$:

x		0	
g'(x) = $f(x)$	+		−
g(x)	↗		↘

النقطة القصوى للدالة $g(x)$ ← $x_{max} = 0$