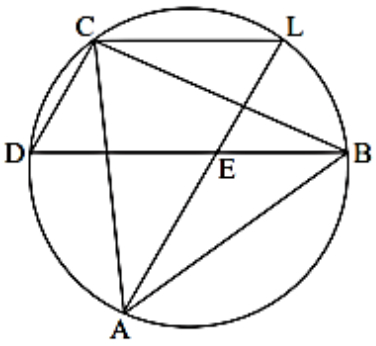
سؤال 4 :



المثلّث المتساوي الأضلاع ABC محصور داخل دائرة.

النقطتان D وَ L تقعان على محيط الدائرة بحيث $BD \parallel LC$.

الوتران AL وَ BD يتقاطعان في النقطة E (انظر الرسم).

أ. برهن أنّ الشكل الرباعيّ $LEDC$ هو متوازي أضلاع.

ب. (1) برهن أنّ ΔADE هو مثلّث متساوي الأضلاع.

(2) برهن أنّ $LC + LB = LA$.

أ)

- ΔABC هُو مُثلَّث مُتساوي الأضلاع $\Leftarrow$ $\measuredangle ABC = \measuredangle BCA = \measuredangle CAB = 60°$
- $\measuredangle CLA = \measuredangle ABC$ (زوايا مُحيطيَّة مُقابلة لنفس القوس هي زوايا متساوية) $\Leftarrow$ $\measuredangle CLA = 60°$
- $BD \parallel LC \Leftarrow \measuredangle LED + \underbrace{\measuredangle CLA}_{60} = 180° \Leftarrow \measuredangle LED = 120°$ (زوايا أحاديَّة الجانب مجموعها 180)
- $\measuredangle CDB = \measuredangle CAB = 60°$ (زوايا مُحيطيَّة مُقابلة لنفس القوس هي زوايا متساوية)
- ينتُج لدينا : $\measuredangle LED = 120°$, $\measuredangle CDB = 60° \Leftarrow CD \parallel LE$ (زوايا أحاديَّة الجانب مجموعهما 180 يعني أنَّ المُستقيمين متوازيين)
- $BD \parallel LC$, $CD \parallel LE \Leftarrow LEDC$ هُو متوازي أضلاع

ب)

(1)

- $\measuredangle DEL = 120° \Leftarrow \measuredangle DEA = 60°$ (زوايا متجاورة مجموعها 180)
- $\measuredangle ADB = \measuredangle ACB$ (زوايا مُحيطيَّة مُقابلة لنفس القوس هي زوايا متساوية) $\Leftarrow \measuredangle ADB = 60°$
- $\measuredangle DEA = 60°$, $\measuredangle ADB = 60° \Leftarrow \measuredangle DAE = 60°$ (مجموع زوايا المُثلَّث 180)

- ينتُج أنَّ المُثلَّث ΔADE هُو مُثلَّث متساوي الأضلاع (مُثلّث جميع زوايا 60 هو مُثلّث مُتساوي الأضلاع)

(2)

مطلوب البُرهان أنَّ : $LC + LB = \overbrace{LE + EA}^{LA}$

- $LC = ED$ (الأضلاع المتقابلة في متوازي الأضلاع هي أضلاع متساوية)
- $ED = EA$ (برهنَّا سابقا أنَّ المُثلَّث ΔADE هُو مُثلَّث متساوي الأضلاع)
- ينتُج من ذلك أنَّ $LC = EA$

- $\measuredangle LEB = \measuredangle DEA = 60°$ (زوايا متقابلة بالرأس هي زوايا متساوية)
- $\measuredangle ALB = \measuredangle ACB = 60°$ (زوايا مُحيطيَّة مُقابلة لنفس القوس هي زوايا متساوية)
- ينتُج من ذلك أنَّ : $\measuredangle EBL = 60°$ (مجموع زوايا المُثلَّث ΔELB تُساوي 180)
- ينتُج من ذلك أنَّ المُثلَّث ΔELB هو مُثلَّث متساوي الأضلاع $\Longleftarrow$ $LB = LE$

$$LC = EA$$

$$LB = LE$$

نجمع المُعادلتين ↓

$$LC + LB = LE + EA$$

معهد إيهاب عمر