

بحث دوال نسبية - صيف خاص 2021

**سؤال 6:**

معطاة الدالة  $f(x) = \frac{3x^2}{x^2 - 4x + 3} + a$  . هو پارامتر .

- جد مجال تعريف الدالة  $f(x)$  .
- جد معادلات خطوط التقارب المعامدة للمحورين، للدالة  $f(x)$  (إذا دعت الحاجة، عبّر بدلالة  $a$ ) .
- جد إحداثيات النقاط القصوى للدالة  $f(x)$ ، وحدد نوع هذه النقاط (إذا دعت الحاجة، عبّر بدلالة  $a$ ) .
- جد مجالات تصاعد وتنازل الدالة  $f(x)$  .
- معطى أن: خط التقارب الأفقي للدالة  $f(x)$  يقع تحت المحور  $x$  .  
هـ. اختر قيمة معينة لـ  $a$  تلائم المعطى . علّل اختيارك .
- عوض  $a$  الذي اخترته في الدالة  $f(x)$ ، وأجب عن البندين "و-ز" .
- ارسم رسماً بيانياً تقريبياً للدالة  $f(x)$  .
- جد معادلة مستقيم يوازي المحور  $x$  ويقطع الرسم البياني للدالة  $f(x)$  في نقطة واحدة فقط (جد الإمكانات الـ 3) .

نجد مجال التعريف

(أ)

$$f(x) = \frac{3x^2}{x^2 - 4x + 3} + a$$

$$x^2 - 4x + 3 \neq 0$$

⇓

$$(x - 3)(x - 1) \neq 0$$

⇓

$$x \neq 3, x \neq 1$$

نجد خطوط التقارب العامودية والافقية

(ب)

المحاذاة العامودية ←

$$\text{المقام} = 0 \rightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \rightarrow x = 1$$

إذاً  $x = 1$  هي محاذاة عامودية

$$\text{المقام} = 0 \rightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \rightarrow x = 3$$

إذاً  $x = 3$  هي محاذاة عامودية

هذه القيم إذا عوضناها في البسط  
لن يساوي صفرًا لذلك هي  
محاذايات بالتأكيد

المحاذاة الافقية ←

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2}{x^2 - 4x + 3} + a = \frac{3x^2}{x^2} + a = 3 + a$$

إذاً  $y = 3 + a$  هي محاذاة افقية

نجد النقاط القصوى للدالة ونحدد نوعها

(ج)

$$f'(x) = \frac{6x \cdot (x^2 - 4x + 3) - 3x^2(2x - 4)}{x^2 - 4x + 3}$$

↓

$$f'(x) = \frac{\cancel{6x^3} - 24x^2 + 18x - \cancel{6x^3} + 12x^2}{x^2 - 4x + 3}$$

↓

$$f'(x) = \frac{18x - 12x^2}{x^2 - 4x + 3}$$

↓

$$0 = \frac{18x - 12x^2}{x^2 - 4x + 3}$$

↓

· (x<sup>2</sup> - 4x + 3)

$$6x(3 - 2x) = 0$$

$$6x = 0$$

$$3 - 2x = 0$$

÷ 6

↓

↓

$$x = 0$$

$$2x = 3$$

↓

÷ 2

$$x = \frac{3}{2}$$

نُصِّفَ النِّقَاطَ ←

x	-4	0		1		1.5		3	
f'(x)	-	0	+	مجال غير معرف	+	0	-	مجال غير معرف	-
f(x)	↘	a	↗	مجال غير معرف	↗	a - 9	↘	مجال غير معرف	↘

النقاط القصوى للدالة ←  $(0, a)_{min}, (1.5, a - 9)_{max}$

نجد مجالات التصاعد والتنازل

(د)

مجالات التصاعد  $0 < x < 1, 1 < x < 1.5$   
مجالات التنازل  $x < 0, 1.5 < x < 3, x > 3$

نجد قيمة  $a$

(هـ)

وجدنا في بند سابق ←

$$y = 3 + a$$

$$y < 0$$

معطى

⇓

$$3 + a < 0$$

⇓

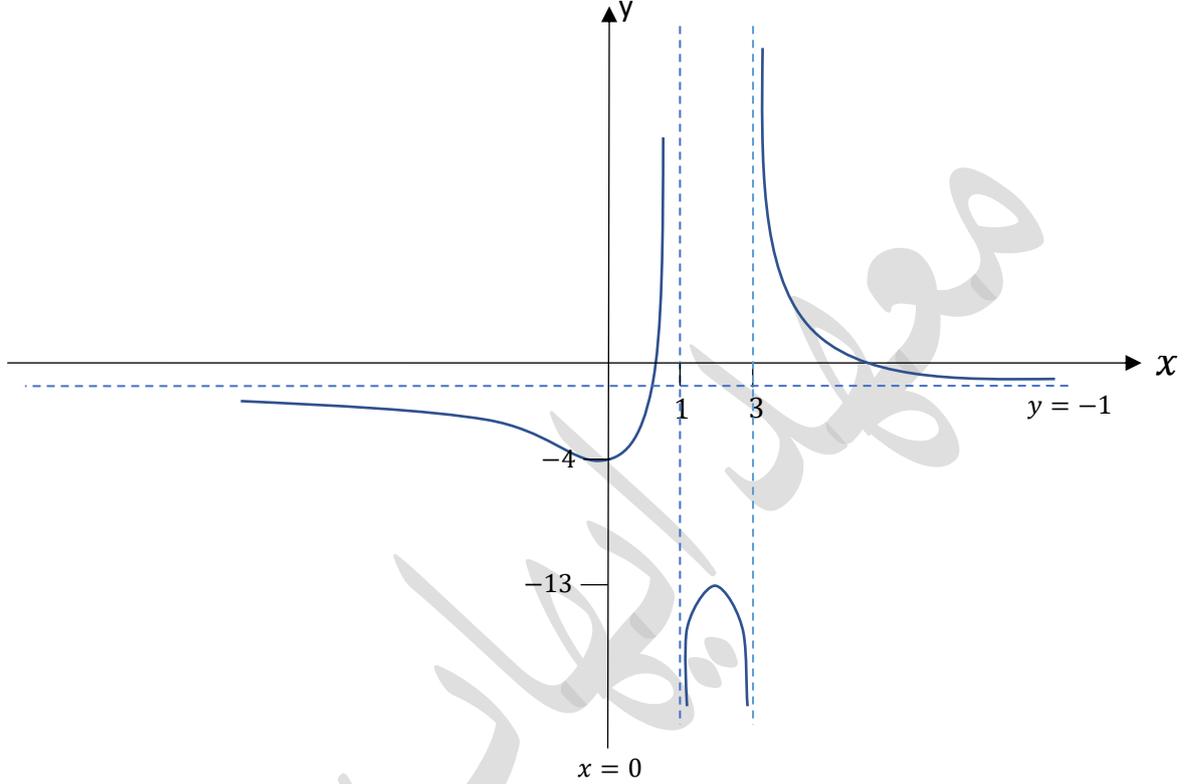
$$a < -3$$

⇓

$$a = -4$$

الرسم البياني

(و)



نجد المماس الذي يقطع الدالة في نقطة واحدة ويوازي محور  $x$

(ز)

$$m = 0 \leftarrow \text{يوازي محور } x$$

↓

كما نرى أعلاه عن طريق الرسم أنّ المستقيمات  $y = -4$ ,  $y = -1$ ,  $y = -13$

تقطع الدالة في نقطة واحدة وتوازي محور  $x$

↓

$$y = -4, y = -1, y = -13$$