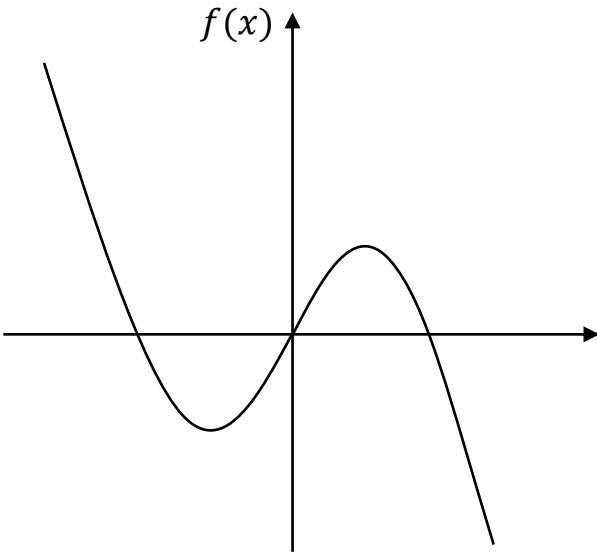


امتحان 3 - مقدمة في التحليل الرياضي



(5) أمامكم رسم الدالة: $f(x) = x - \frac{x^3}{3}$.

أ. برهنوا أن: الدالة $f(x)$ هي دالة فردية.

ب. جدوا نقاط تقاطع الدالة $f(x)$ مع المحورين.

ج. جدوا مجالات موجبية وسالبة الدالة $f(x)$.

معطاة الدالة: $h(x) = |f(x)|$.

د. ارسمو رسمًا بيانيًا تقريبيًا للدالة $h(x)$.

معطى أن إحداثيات النقاط القصوى للدالة $f(x)$ هي:

$$\max\left(1, \frac{2}{3}\right), \min\left(-1, -\frac{2}{3}\right)$$

هـ. جدوا إحداثيات النقاط القصوى للدالة $h(x)$ ، وحددوا نوعها.

و. (1) جدوا لأيّ قيم x يتحقق أن $f(x) = |h(x)|$.

(2) جدوا لأيّ قيم x يتحقق أن $-f(x) = |h(x)|$.



أ. نبرهن أن الدالة $f(x)$ هي دالة فردية

نعوض $f(-x)$:

$$f(-x) = -x - \frac{(-x)^3}{3}$$

$$f(-x) = -x + \frac{x^3}{3}$$

⇓

$$f(-x) = -f(x)$$

إذا الدالة $f(x)$ هي دالة فردية

ب. نجد نقاط تقاطع الدالة مع المحاور

مع المحور x :

$$0 = x - \frac{x^3}{3}$$

$$0 = x \left(1 - \frac{x^2}{3} \right)$$

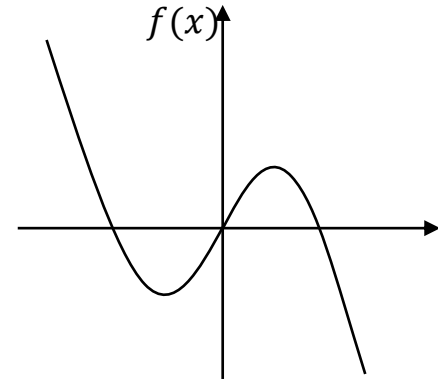
$$x = \pm\sqrt{3}, x = 0$$

$$(-\sqrt{3}, 0), (\sqrt{3}, 0), (0, 0)$$

مع المحور y :

$$(0, 0)$$





ج. نجد مجالات موجبيّة وسالبيّة الدّالة $f(x)$

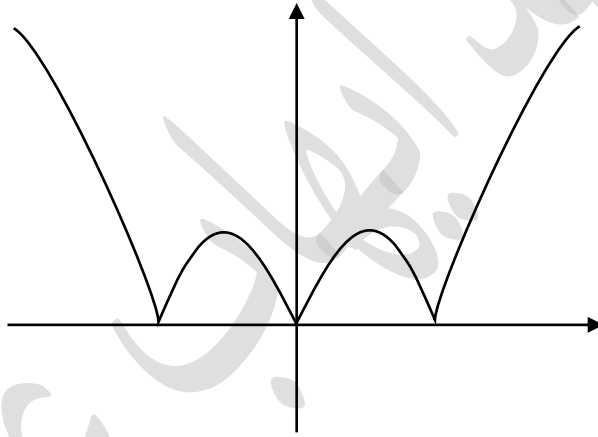
نستعين في الرسم لإيجاد هذه المجالات:

مجالات الموجبيّة: $0 < x < \sqrt{3}$ ، $x < -\sqrt{3}$

مجالات السالبيّة: $-\sqrt{3} < x < 0$ ، $x > \sqrt{3}$

د. نرسم رسمًا بيانيًا تقريبيًا للدّالة $h(x)$

معطى أن: $h(x) = |f(x)|$



ه. نجد إحداثيات النقاط القصوى للدّالة $h(x)$

معطاة النقاط القصوى للدّالة $f(x)$:

$$\max\left(1, \frac{2}{3}\right), \min\left(-1, -\frac{2}{3}\right)$$

بسبب القيمة المطلقة نقطة النهاية الصغرى تصبح نقطة نهاية عظمى حيث إحداثي y لهذه النقطة يصبح موجب بالإضافة لذلك النقاط الصفرية تصبح نقاط رأسية والتي هي نقاط نهاية صغرى في الدّالة $h(x)$ ، لهذا:

$$\min(0,0), \max\left(-1, \frac{2}{3}\right), \max\left(1, \frac{2}{3}\right), \min(-\sqrt{3}, 0), \min(\sqrt{3}, 0)$$



و. 1) نفحص لأيّ قيم x يتحقّق: $f(x) = |h(x)|$

الدّالة $h(x) \geq 0$ في كل مجال تعريفها لهذا من الممكن تجاهل القيمة المطلقة.
نفحص في أيّ مجالات يتحقّق بها أنّ الدّالة $f(x)$ موجبة أو تساوي صفر ليتحقّق أن:
 $f(x) = h(x)$

$$0 \leq x \leq \sqrt{3} , x \leq -\sqrt{3}$$

2) نفحص لأيّ قيم x يتحقّق: $-f(x) = |h(x)|$

نفحص في أيّ مجالات يتحقّق بها أنّ الدّالة $f(x)$ سالبة أو تساوي صفر ليتحقّق أنّ:

$$-f(x) = h(x)$$

$$-\sqrt{3} \leq x \leq 0 , x \geq \sqrt{3}$$

