بحث دوال أسية صيف ب 2024

4. معطاة الدالّة: $k(x)=xe^x$ ، ومعطاة الدالّة $m(x)=2e^x-1$ ، المعرَّفتان لكلّ x .

أ. (1) جدوا معادلة خطّ التقارب المعامد للمحور y ، بالنسبة لكلّ واحدة من الدالّتَيْن $k(x)$ وَ $m(x)$.

(2) جدوا مجالات تصاعد وتنازل كلّ واحدة من الدالّتَيْن $k(x)$ وَ $m(x)$ (إذا وُجدت مثل هذه المجالات).

(3) جدوا إحداثيّات نقطة تقاطُع كلّ واحد من الرسمَيْن البيانيّيْن للدالّتَيْن $k(x)$ وَ $m(x)$ مع المحور y .

الرسمان البيانيّان للدالّتَيْن $k(x)$ وَ $m(x)$ يتقاطعان في نقطتَيْن بالضبط، إحدى النقطتَيْن فيها $x=c$ والنقطة الأخرى فيها $x=d$ ، $d>c$.

ب. ارسموا في نفس هيئة المحاور، رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا للدالّة $k(x)$ ورسمًا بيانيًّا تقريبيًّا للدالّة $m(x)$.

معطاة الدالّة $f(x)=\frac{e^x-1}{x-1}$ ، المعرَّفة لكلّ $x\neq 1$.

جـ. (1) جدوا معادلات خطوط التقارب المعامدة للمحورَيْن، للدالّة $f(x)$.

(2) جدوا إحداثيّات نقطة تقاطُع الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ مع المحور x .

د. فسِّروا لماذا يوجد للمعادلة $f'(x)=0$ حلّان بالضبط.

هـ. (1) فسِّروا لماذا $1<d$.

(2) عبِّروا بدلالة c وَ d عن مجالات تصاعد وتنازل الدالّة $f(x)$.

و. ارسموا رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا للدالّة $f(x)$.

الحل:

أ.(1) { نجد محاذيات افقية في الدالتين $m(x)$ و- $k(x)$ }

محاذيات افقية في $m(x)$:

$$\lim_{x\to\infty} 2e^{\infty}-1=\infty \longrightarrow y=\infty$$

$$\lim_{x\to-\infty} 2e^{-\infty}-1=-1 \longrightarrow y=-1$$

محاذيات افقية في $k(x)$:

$$\lim_{x\to\infty} \infty\cdot e^{\infty}=\infty \longrightarrow y=\infty$$

$$\lim_{x\to-\infty} -\infty \cdot e^{-\infty} = 0 \longrightarrow y = 0$$

(2) نجد مجالات التصاعد والتنازل في الدالتين

في الدالة $k(x)$:

$$k'(x) = e^x + xe^x$$

$$k'(x) = 0$$

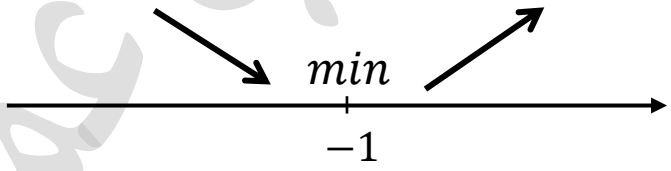
$$e^x(1+x) = 0$$

$e^x = 0$ (لا حل)

$$1 + x = 0$$

$$x = -1$$

$$\left(-1, \frac{-1}{e}\right)$$



مجال تصاعد $k(x)$: $x > -1$

مجال تنازل $k(x)$: $x < -1$

في الدالة $m(x)$:

$$m'(x) = 2e^x$$

$$m'(x) = 0$$

$$\emptyset$$

الدالة $m(x)$ تصاعدية دائمًا

(3) نجد احداثيات نقطة تقاطع الدالتين مع محور y

في الدالة $k(x)$:

$$k(0) = 0 \cdot e^0 = 0$$

$$\Downarrow$$

$$(0,0)$$

في الدالة $m(x)$:

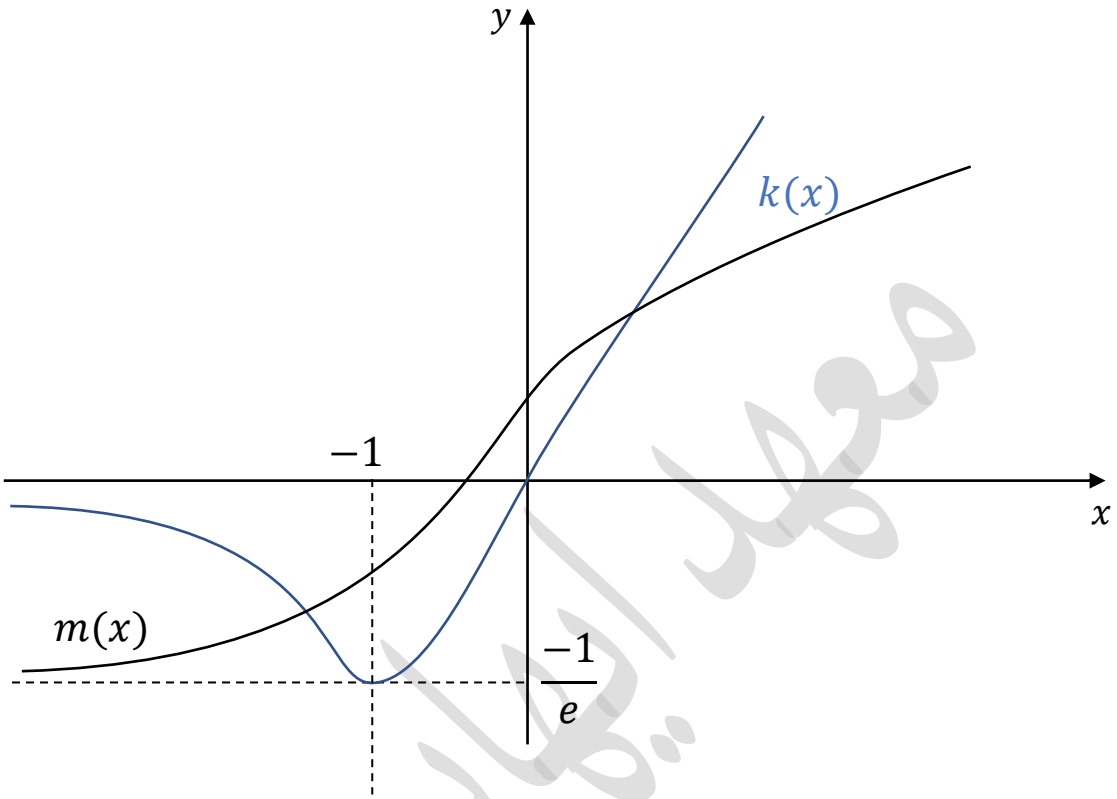
$$m(0) = 2e^0 - 1 = 1$$

$$\Downarrow$$

$$(0,1)$$

معهد إيهاب عمر

ب) { نرسم الدالتين في نفس هيئة المحاور }



ج. (1) { نجد المحاذيات في الدالة $f(x)$ }

$$f(x)=\frac{e^x-1}{x-1}$$

$$\lim_{X\to\infty}\frac{e^{\infty}-1}{\infty-1}=\infty$$

$$\lim_{X\to-\infty}\frac{e^{-\infty}-1}{-\infty-1}=0$$

$$\Downarrow$$

$$y=0$$

محاذيات عامودية:

$$x\neq 1$$

$$\Downarrow$$

$$x=1$$

(2) $\left\{\begin{array}{c} f(x) \text{ نجد احداثيات نقطة تقاطع} \\ x \text{ مع المحور} \end{array}\right\}$

$$f(x)=\frac{e^x-1}{x-1}=0$$

$$e^x-1=0$$

$$e^x=1$$

$$x=0$$

$$\Downarrow$$

$$(0,0)$$

د) $\left\{ f'(x)=0 \text{ نفسر لماذا يوجد حلين لـ} \right\}$

$$f'(x)=\frac{e^x(x-1)-(e^x-1)\cdot 1}{(x-1)^2}$$

$$f'(x)=0$$

$$e^x(x-1)-(e^x-1)=0$$

$$xe^x-e^x-e^x+1=0$$

$$\underbrace{xe^x}_{k(x)}\underbrace{-2e^x+1}_{-m(x)}=0$$

$$k(x)-m(x)=0$$

$$k(x)=m(x)$$

من المعطى سابقًا: يوجد نقطتي تقاطع بين الدالتين $k(x)$ و-$m(x)$

$$\Downarrow$$

يوجد حلين لـ $f'(x)=0$

ه) 1) $\{$نفسر لماذا $d > 1\}$

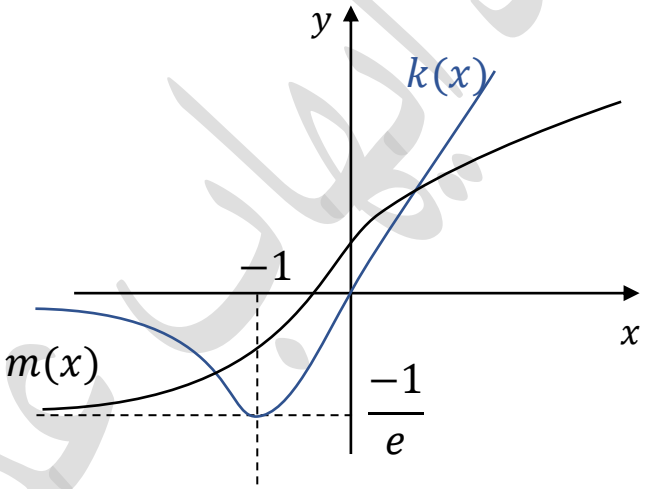
حسب البند السابق وجدنا ان هنالك نقطتين قصويين للدالة $f(x)$: $x = d$

و $x = c$

وهنالك محاذية افقية $x = 0$ ونقطة تقاطع واحدة مع محور x

لذلك الحالة الوحيدة الممكنة هي ان تكون نقطة قصوى بعد المحاذية ونقطة قصوى قبل المحاذية، لأنه اذا كان احداثي x النقطتين اصغر من 1 فستقطع الدالة محور x مرتين – وهذا غير صحيح بالنسبة للدالة

ه) 2) $\{$ نعبر بدلالة c و- dعن مجالات تصاعد وتنازل $\}$



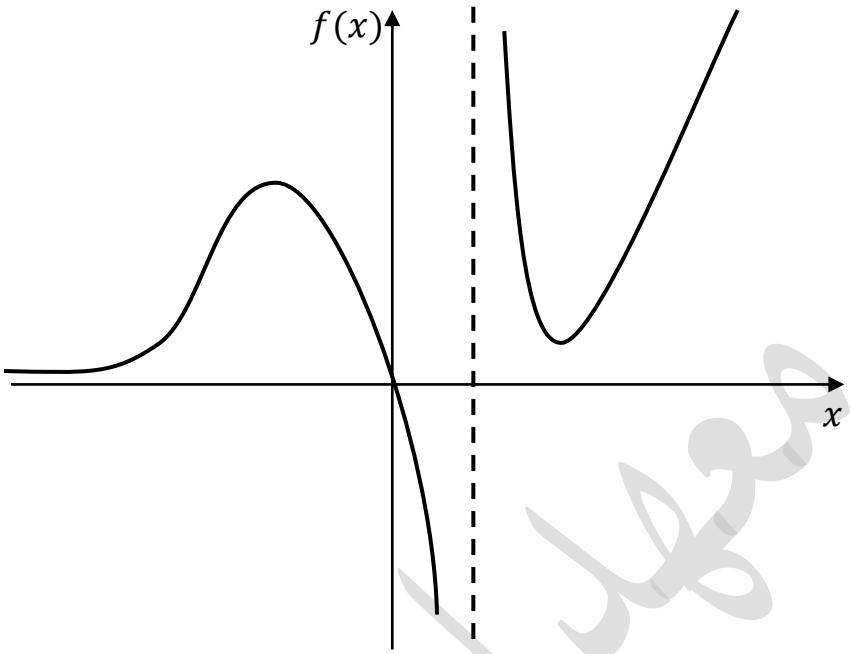
$$f'(x) = \frac{k(x) - m(x)}{(x-1)^2}$$

حسب الرسم:

تصاعد: $x < c$ أو $x > d$

تنازل: $c < x < d$

و) { نرسم $f(x)$ }



معهد إيهاب عمر