

امتحان 1 - حساب مثلثات

(2) النقطتان C و D تتواجدان بالتلاؤم على القطع BE و AB .

القطع AC و DE تتقاطع في النقطة F .

معطى: $CF = AF$ ، $AB \perp DE$ ، $AC \perp BE$.

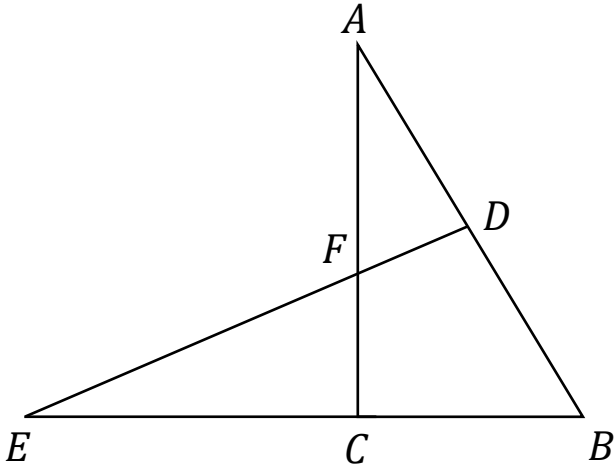
نرمز: $\angle BAC = \alpha$ ، $AC = a$.

أ. عبروا بواسطة α عن النسبة بين المساحتين: $\frac{S_{\Delta ADF}}{S_{\Delta ABC}}$.

معطى أن: $\frac{S_{\Delta ADF}}{S_{\Delta ABC}} = \frac{3}{16}$.

ب. جدوا α .

ج. جدوا النسبة $\frac{BD}{AD}$.

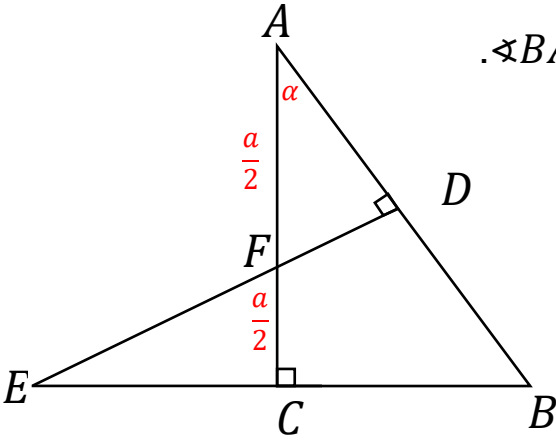


أ.

نعبّر بواسطة α عن النسبة بين المساحتين: $\frac{S_{\Delta ADF}}{S_{\Delta ABC}}$

معطى: $CF = AF$ ، $AB \perp DE$ ، $AC \perp BE$.

ورمزنا حسب السؤال: $\angle BAC = \alpha$ ، $AC = a$.



$$AF = CF = \frac{a}{2} \Leftarrow$$

في ΔAFD :

نجد FD :

$$\sin \alpha = \frac{FD}{AF}$$

$$\sin \alpha = \frac{FD}{\frac{a}{2}} \quad / \cdot \frac{a}{2}$$

$$FD = \frac{a \cdot \sin \alpha}{2}$$

نجد AD :

$$\cos \alpha = \frac{AD}{AF}$$

$$\cos \alpha = \frac{AD}{\frac{a}{2}} \quad / \cdot \frac{a}{2}$$

$$AD = \frac{a \cdot \cos \alpha}{2}$$

$$S_{\Delta ADF} = \frac{FD \cdot AD}{2} = \frac{\left(\frac{a \cdot \sin \alpha}{2}\right) \cdot \left(\frac{a \cdot \cos \alpha}{2}\right)}{2} = \frac{a^2 \sin \alpha \cos \alpha}{8}$$

في ΔABC :

نجد BC :

$$\tan \alpha = \frac{BC}{AC}$$

$$\sin \alpha = \frac{\text{مقابل}}{\text{وتر}}$$

$$\cos \alpha = \frac{\text{مجاور}}{\text{وتر}}$$

$$\tan \alpha = \frac{\text{مقابل}}{\text{مجاور}}$$



$$\tan \alpha = \frac{BC}{a} \quad / \cdot a$$

$$BC = \tan \alpha \cdot a$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{BC \cdot AC}{2} = \frac{a \tan \alpha \cdot a}{2} = \frac{a^2 \tan \alpha}{2}$$

$$\frac{S_{\Delta ADF}}{S_{\Delta ABC}} = \frac{\frac{a^2 \sin \alpha \cos \alpha}{8}}{\frac{a^2 \tan \alpha}{2}} = \frac{\frac{\sin \alpha \cos \alpha}{8}}{\frac{\sin \alpha}{2 \cos \alpha}} = \frac{\sin \alpha \cos \alpha}{8} \cdot \frac{2 \cos \alpha}{\sin \alpha}$$

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$\frac{S_{\Delta ADF}}{S_{\Delta ABC}} = \frac{\cos^2 \alpha}{4}$$

نجد α

ب.

$$\frac{S_{\Delta ADF}}{S_{\Delta ABC}} = \frac{3}{16} \quad \text{معطى:}$$

$$\frac{S_{\Delta ADF}}{S_{\Delta ABC}} = \frac{\cos^2 \alpha}{4} \quad \text{ووجدنا في البند السابق:}$$

$$\frac{\cos^2 \alpha}{4} = \frac{3}{16}$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{3}{4}$$

$$\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\alpha = 30^\circ$$



نجد النسبة $\frac{BD}{AD}$

ج.

وجدنا من الفرع أ: $AD = \frac{a \cdot \cos \alpha}{2}$

$$\alpha = 30^\circ$$

$$AD = \frac{a \cdot \cos 30}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{4}$$

$$BD = AB - AD$$

نجد AB :

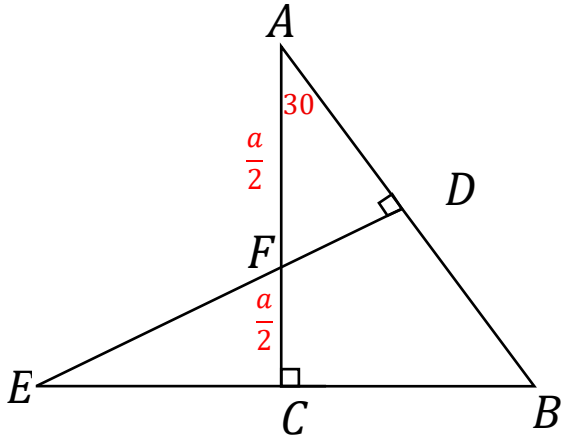
$$\cos 30 = \frac{AC}{AB}$$

$$AB = \frac{AC}{\cos 30} = \frac{a}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{2a}{\sqrt{3}}$$

$$BD = AB - AD = \frac{2a}{\sqrt{3}} - \frac{a\sqrt{3}}{4} = a \left(\frac{2}{\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{3}}{4} \right)$$

$$BD = \frac{5\sqrt{3}}{12} a$$

$$\frac{BD}{AD} = \frac{\frac{5\sqrt{3}}{12} a}{\frac{a\sqrt{3}}{4}} = \frac{5}{3}$$



$$\frac{2a}{\sqrt{3}} = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$$

