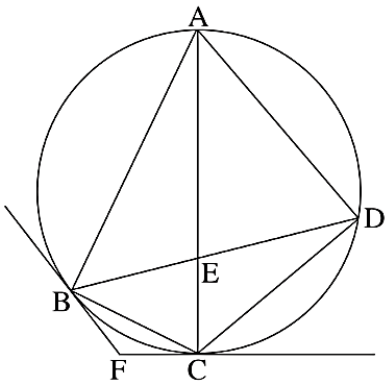
4. الشكل الرباعيّ ABCD محصور في دائرة.




قطرا الشكل الرباعيّ يلتقيان في النقطة E .

مرّروا مماسًّا للدائرة في النقطة B

ومماسًّا للدائرة في النقطة C .

يلتقي المماسّان في النقطة F ( انظر الرسم ).

معطى أنّ: $\sphericalangle ABC = 90^o$

أ. (1) برهن أنّ: $\sphericalangle ADB + \sphericalangle FBC = 90^o$ .

(2) برهن أنّ: $\sphericalangle BFC = 2 \cdot \sphericalangle ADB$ .

ب. (1) برهن أنّ: $\triangle BEC \sim \triangle AED$ .

(2) معطى أيضًا أنّ: $BE \cdot DE = 21$ ، $AE = 7$ .

جد قطر الدائرة.

ملاحظة: حلّ البند "ب" لا يتعلّق بحلّ البند "أ".

أ. (1) برهن ان $\sphericalangle ADB + \sphericalangle FBC = 90$

- $\sphericalangle ABC = 90$
- $AC \Leftarrow$ قطر
- $\sphericalangle ADC = \sphericalangle ADB + \sphericalangle BDC = 90$ (زاوية محيطية قائمة مقابلة للقطر)
- $\sphericalangle BDC = \sphericalangle FBC = \alpha$ (الزاوية بين المماس والوتر تساوي الزاوية المحيطية المقابلة للوتر)
- $\sphericalangle ADC = \sphericalangle ADB + \sphericalangle FBC = 90 \Leftarrow$

(2) برهن ان $\sphericalangle BFC = 2 \cdot \sphericalangle ADB$

- $\sphericalangle ADB = 90 - \alpha$
- $FB = FC$ (مماسان يخرجان من نفس النقطة)
- $\Leftarrow \sphericalangle FBC = \sphericalangle FCB = \alpha$
- $\Leftarrow \sphericalangle BFC = 180 - 2\alpha$
- $\Leftarrow \sphericalangle BFC = 2 \cdot \sphericalangle ADB$

ب. (1) برهن ان $\triangle BEC \backsim \triangle AED$

- $\sphericalangle ACF = 90$ (الزاوية بين المماس والقطر تساوي 90)
- $\Leftarrow \sphericalangle ACB = 90 - \alpha$
- $\sphericalangle ADE = \sphericalangle ACB = 90 - \alpha$
- $\sphericalangle AED = \sphericalangle BEC$ (زوايا متقابلة بالرأس)
- $\Leftarrow \triangle BEC \backsim \triangle AED$

(2) جد قطر الدائرة

نتائج التشابه:

$$\frac{BE}{AE} = \frac{EC}{DE} = \frac{BC}{AD}$$

$$\frac{BE}{AE} = \frac{EC}{DE}$$

$$BE \cdot DE = EC \cdot AE$$

$$21 = 7 \cdot EC$$

$$EC = 3$$

$$AC = AE + EC$$

$$AC = 7 + 3$$

$$AC = 10cm$$

معهد إيهاب عمر