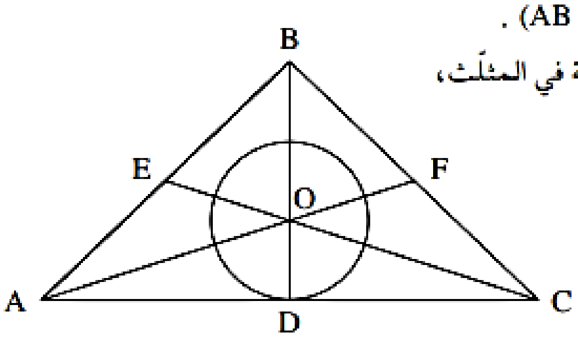
حساب مثلثات صيف 2017

سؤال 5 :



ABC هو مثلّث متساوي الساقين (AB = BC) .
AF وَ CE وَ BD هي مستقيمات متوسّطة في المثلّث،
تتقاطع في النقطة O (انظر الرسم).

أ. برهن أنّ: $S_{\Delta BOE} = S_{\Delta COD}$.

دائرة مركزها O تمسّ الضلع AC في النقطة D .
معطى أنّ مساحة الدائرة تساوي مساحة المثلّث AOC .

ب. احسب مقدار الزاوية ACE .

جـ. عبِّر عن طول القطعة OE بدلالة نصف قطر الدائرة.

أ)

- $BO = 2 \cdot OD$ (نقطة التقاء المُتوسطات تقسم المتوسط بنسبة 1 : 2)
- $CO = 2 \cdot OE$ (نقطة التقاء المُتوسطات تقسم المتوسط بنسبة 1 : 2)

$$S_{\Delta BOE} = BO \cdot OE \cdot \sin(\sphericalangle BOE) = (2 \cdot OD) \cdot \left(\frac{CO}{2}\right) \cdot \sin(\sphericalangle COD) = OD \cdot CO \cdot \sin(\sphericalangle COD) = S_{\Delta COD}$$

$BO = 2 \cdot OD$

$OE = \frac{CO}{2}$

$\sphericalangle BOE = \sphericalangle COD$
(زوايا متقابلة بالرأس)

ب)

$$\begin{cases} S_{\text{الدائرة}} = OD^2 \cdot \pi \\ S_{AOC} = \dfrac{AC \cdot OD}{2} \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$OD^2 \cdot \pi = \frac{AC \cdot OD}{2} \longrightarrow OD \cdot \pi = \frac{AC}{2} \longrightarrow OD \cdot \pi = DC$$

في مُثلّث متساوي الساقين الارتفاع الخارج من نُقطة
الرأس هو مُتوسّط على القاعدة ومنصف لزاوية الرأس

<u>ننظُر الى المثلَّث ΔODC :</u>

$$\tan(\sphericalangle DCO) = \frac{OD}{DC} = \frac{OD}{OD \cdot \pi} = \frac{1}{\pi}$$

$$\sphericalangle DCO = \tan^{-1}\left(\frac{1}{\pi}\right) = 17.656°$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{\sphericalangle ACE = 17.656°}$$

ج)

$$\sin(\sphericalangle ACE) = \frac{OD}{OC} \longrightarrow \sin(17.656) = \frac{R}{2 \cdot OE}$$

$$\longrightarrow OE = \frac{R}{2 \cdot \sin(17.656)} \longrightarrow \boxed{OE = 1.6485 \cdot R}$$