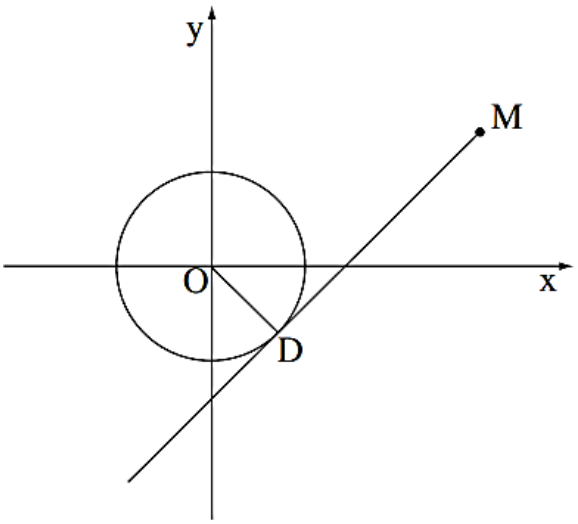
هندسة تحليلية - شتاء 2011



2) معطاة دائرة مركزها $O(0,0)$.

مرّروا عبر النقطة M ، الموجودة في الربع الأوّل، مستقيمًا يمسّ الدائرة في النقطة $D(1,-1)$ (انظر الرسم).

أ. جد معادلة الدائرة.

ب. جد :

(١) معادلة المستقيم OD .

(٢) معادلة المماس DM .

جـ. معطى أنّ $DM = \sqrt{18}$.

جد إحداثيات النقطة M .

د. مرّروا دائرة عبر النقاط O, D, M.

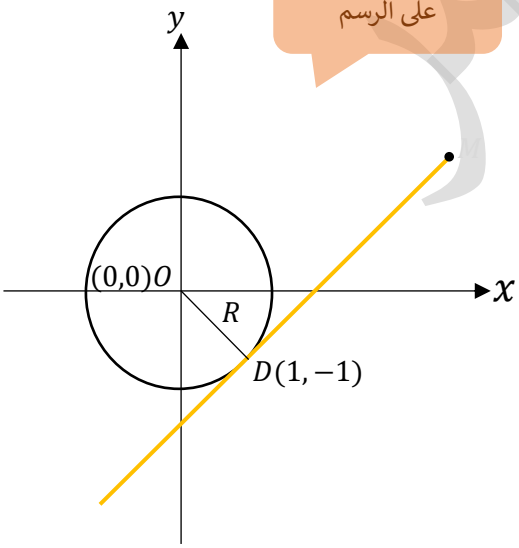
جد معادلة هذه الدائرة.

(أ)

نجد معادلة الدائرة

نجد نصف قطر الدائرة:

المعطيات موجودة على الرسم



$$R = DO = \sqrt{(x_D - x_O)^2 + (y_D - y_O)^2}$$

$$\Downarrow$$

$$R = \sqrt{(1-0)^2 + (-1-0)^2}$$

$$\Downarrow$$

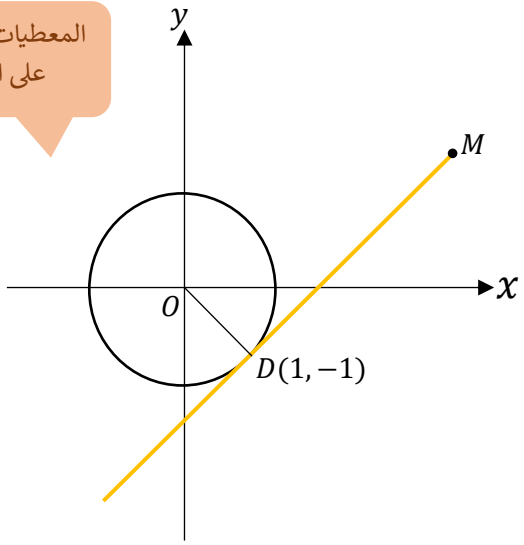
$$R = \sqrt{2}$$

$$(x - x_O)^2 + (y - y_O)^2 = R^2$$

$$x^2 + y^2 = 2$$

(ب)(1) نجد معادلة المستقيم OD

المعطيات موجودة على الرسم



نجد ميل المماس اولا:

$$m_{OD} = \frac{y_O - y_D}{x_O - x_D}$$

$$\Downarrow$$

$$m_{OD} = \frac{0-(-1)}{0-1}$$

$$\Downarrow$$

$$m_{OD} = -1$$

$$y - y_O = m(x - x_O)$$

$$\Downarrow$$

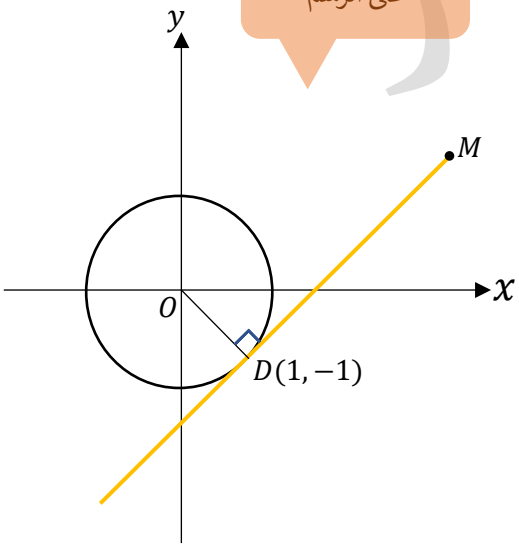
$$y - 0 = -1(x - 0)$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{y = -x}$$

(ب)(2) نجد معادلة المماس DM

المعطيات موجودة على الرسم



المماس في الدائرة يعامد نصف القطر

$$m_{\text{المماس } DM} = -\frac{1}{m_{DO}} = -\frac{1}{-1} = 1$$

$$\Downarrow$$

$$y - y_D = m(x - x_D)$$

$$\Downarrow$$

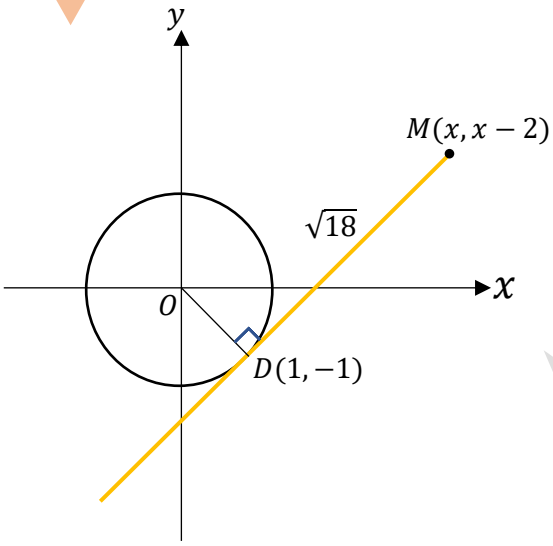
$$y - (-1) = 1(x - 1)$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{y = x - 2}$$

(ج) نجد احداثيات النقطة M

المعطيات موجودة على الرسم



$$DM = \sqrt{(x_D - x_M)^2 + (y_D - y_M)^2}$$

$$\Downarrow$$

$$\sqrt{18} = \sqrt{(1-x)^2 + (-1-(x-2))^2}$$

$$\Downarrow \quad ( )^2$$

$$18 = 2(1-x)^2$$

$$\Downarrow$$

$$18 = 2(x^2 - 2x + 1)$$

$$\Downarrow \quad :2$$

$$9 = x^2 - 2x + 1$$

$$\Downarrow$$

$$x^2 - 2x - 8 = 0$$

$$\Downarrow$$

$$(x-4)(x+2) = 0$$

$$\Downarrow$$

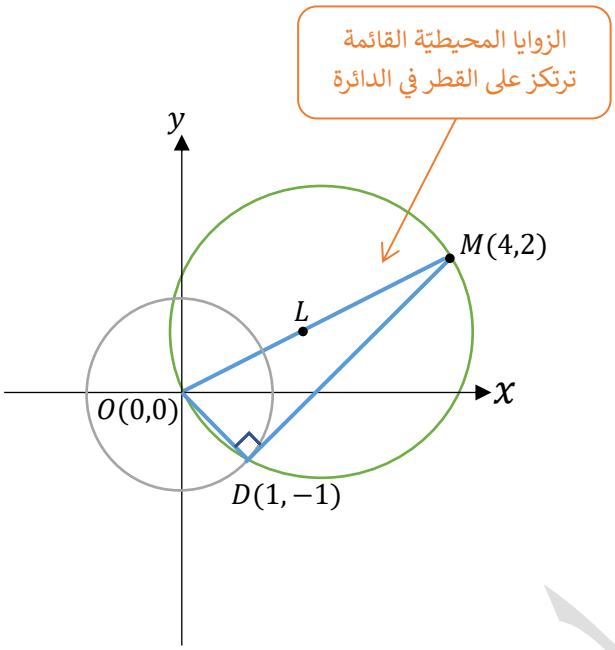
$$x = 4 \quad , \quad x = -2$$

$x_M > 0$

$$M(4,2)$$

معهد إيهاب عمر

(د) نجد معادلة الدائرة الموصوفة



نجد نقطة مركز الدائرة الموصوفة

(وسط القطر MO)

$$L\left(\frac{x_O+x_M}{2},\frac{y_O+y_M}{2}\right)$$

$$L\left(\frac{0+4}{2},\frac{0+2}{2}\right)$$

$$L(2,1)$$

نجد نصف قطر الدائرة:

$$R=\frac{MO}{2}=\frac{\sqrt{(x_M-x_O)^2+(y_M-y_O)^2}}{2}$$

$$\Downarrow$$

$$R=\frac{\sqrt{(4-0)^2+(2-0)^2}}{2}$$

$$\Downarrow$$

$$R=\frac{\sqrt{20}}{2}=\sqrt{5}$$

$$(x-x_L)^2+(y-y_L)^2=R^2$$

$$\Downarrow$$

$$(x-2)^2+(y-1)^2=5$$