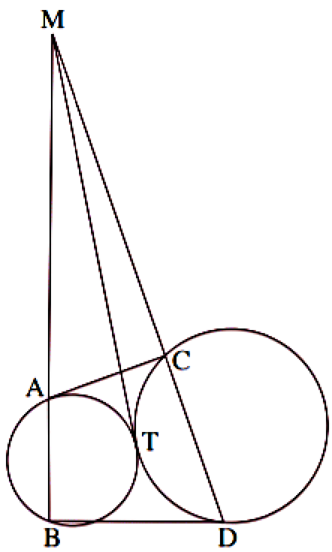
هندسة مستوية - 2020 صيف(أ)

4)



معطاة دائرتان تمسّ إحداهما الأخرى من الخارج في النقطة T .

مرّروا عبر النقطة T مماسًا مشتركًا للدائرتين.

من النقطة M التي على المماسّ مرّروا مستقيمين يقطعان الدائرتين في النقاط A وَ B وَ C وَ D، كما هو موصوف في الرسم.

أ. (1) برهن أنّ: $MA \cdot MB = MC \cdot MD$.

(2) برهن أنّ الشكل الرباعيّ ABDC قابل للحصر في دائرة.

معطى أنّ: مساحة المثلّث MAC تساوي مساحة الشكل الرباعيّ ABDC .

ب. جد النسبة $\frac{BD}{AC}$.

معطى أنّ: قطرَي الشكل الرباعيّ ABDC يعامد أحدهما الآخر،

AD هو قطر في الدائرة التي تحصر الشكل الرباعيّ ABDC .

جـ. برهن أنّ المثلّث ABC هو مثلّث متساوي الساقين.

أ)(1) البرهان:

$MC \cdot MD = MT^2$	القاطع ضرب جزئه الخارجي يساوي تربيع المماس
$MA \cdot MB = MT^2$	القاطع ضرب جزئه الخارجي يساوي تربيع المماس
$MA \cdot MB = MC \cdot MD$	بالتعويض

(2) البرهان:

$\frac{MD}{MA} = \frac{MB}{MC}$	حسب أ (1)
$\measuredangle AMC\ ,\ \frac{MD}{MA} = \frac{MB}{MC}$	ض.ض، زاوية مشتركة
$\Delta MAC \sim \Delta MDB$	مثلثان متشابهان حسب ض.ز.ض
$\measuredangle MBD = \measuredangle ACM$	زوايا متناظرة بين مثلثين متشابهين متساوية
$\measuredangle BDC = 180^o - \measuredangle ACM$	زوايا متجاورة مجموعها 180 درجة
$\measuredangle BDC + \measuredangle ACM = 180^o$	من الادعاء السابق
$ABCD$ قابل للحصر في دائرة	شكل رباعي فيه مجموع زاويتين متقابلتين 180 درجة فهو قابل للحصر في دائرة

إيهاب عمر

(ب) البرهان:

$\frac{S_{\Delta MBD}}{S_{\Delta MAC}} = \left(\frac{BD}{AC}\right)^2$	في مثلثين متشابهين نسبة المساحات يساوي تربيع نسبة التشابه
$S_{\Delta MBD} = S_{\Delta MAC} + S_{ABCD} = 2S_{\Delta MAC}$	معطى $S_{\Delta MAC} = S_{ABCD}$
$2 = \frac{S_{\Delta MBD}}{S_{\Delta MAC}} = \left(\frac{BD}{AC}\right)^2$ $\frac{BD}{AC} = \sqrt{2}$	بالتعويض

(ج) البرهان:

الأقطار تلتقي ب E ومركز الدائرة الحاصرة هو F	رمز
F تقع على AD	معطى AD هو قطر
$BE = EC$	ارتفاع من مركز الدائرة على وتر يتوسط الوتر
ΔABC متساوي الساقين	مثلث فيه الارتفاع يتحد مع المتوسط هو متساوي الساقين
$AB = AC$	ΔABC متساوي الساقين