

سؤال 3 :

- تشارك دالية في لعبة تصويب سهام باتجاه الهدف .
 الاحتمال بأن تصيب دالية الهدف في محاولة وحيدة هو $P (P > 0)$ ، وهذا الاحتمال لا يتعلّق بمحاولاتها السابقة .
 كلّ مشارك يصوّب 5 تصويبات متتالية .
 الاحتمال بأن تصيب دالية الهدف بأربع تصويبات من الخمس هو 3 أضعاف احتمالها بأن تصيب الهدف بخمس التصويبات جميعها .
 أ. جد P .
 يفوز المشارك في اللعبة إذا كان عدد إصاباته الهدف أكبر من عدد إخطائه الهدف، من بين 5 التصويبات المتتالية (يمكن أن يكون أكثر من فائز واحد في اللعبة) .
 ب. ما هو الاحتمال بأن تفوز دالية في اللعبة؟
 ج. (1) إذا أخطأت دالية الهدف في التصوية الثانية، ما هو الاحتمال بأن تفوز في اللعبة؟
 (2) تشارك كريمة في اللعبة أيضاً، والاحتمال بأن تصيب الهدف في محاولة وحيدة يساوي P أيضاً، ولا يتعلّق بمحاولاتها السابقة . أخطأت كريمة الهدف في التصوية الأولى . ما هو الاحتمال بأن تفوز في اللعبة؟

(أ)

(مُعطى) $P(4 \text{ تصويبات سليمة}) = P(5 \text{ تصويبات سليمة}) \cdot 3$

نستعمل قانون برنولي:

قانون برنولي - احتمال حصول k نجاحات من n محاولات عندما يكون احتمال النجاح يُساوي p

$$P_n(k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1 - p)^{n-k}$$

⇓

$$\left\{ \begin{array}{l} P(4 \text{ تصويبات سليمة}) = \binom{5}{4} \cdot P^4 \cdot (1 - P)^{5-4} = 5 \cdot P^4 \cdot (1 - P) \\ P(5 \text{ تصويبات سليمة}) = \binom{5}{5} \cdot P^5 \cdot (1 - P)^{5-5} = P^5 \end{array} \right\}$$

$$P(4 \text{ تصويبات سليمة}) = P(5 \text{ تصويبات سليمة}) \cdot 3$$

⇓

$$5 \cdot P^4 \cdot (1 - P) = P^5 \cdot 3$$

$\div P^4$ ⇓

$$5 \cdot (1 - P) = P \cdot 3$$

⇓

$$5 - 5P = 3P$$

⇓

$$5 = 8P$$

$\div 8$ ⇓

$$P = \frac{5}{8}$$

(ب)

مُعطى أن المُشارك يفوز في اللعبة إذا كانت عدد اصاباته الهدف أكبر من عدد إخطائه الهدف، بكلمات أخرى يفوز المُشارك في اللعبة في حال أصاب الهدف على الأقل 3 مرات.

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{أي أن احتمال فوز المُشارك يُساوي} \\ \text{احتمال اصابته الهدف 3 مرات بالضبط} + \text{احتمال اصابته الهدف 4 مرات بالضبط} + \text{احتمال اصابته} \\ \text{الهدف 5 مرات بالضبط} \end{array} \right\}$$

	احتمال إصابة داليا للهدف	احتمال عدم إصابة داليا للهدف
في التصويبة الواحدة	$\frac{5}{8}$	$\frac{3}{8}$

$$P(\text{فوز داليا}) = P(\text{أصابت الهدف 3 مرات}) + P(\text{أصابت الهدف 4 مرات}) + P(\text{أصابت الهدف 5 مرات})$$

نستعمل قانون برنولي مرّة أخرى:

قانون برنولي - احتمال حصول k نجاحات من n مُحاولات عندما يكون احتمال النجاح يُساوي p

$$P_n(k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

⇓

$$P(\text{أصابت الهدف 3 مرات}) = \binom{5}{3} \cdot \left(\frac{5}{8}\right)^3 \cdot \left(1 - \frac{5}{8}\right)^{5-3} = 10 \cdot \left(\frac{5}{8}\right)^3 \cdot \left(\frac{3}{8}\right)^2$$

$$P(\text{أصابت الهدف 4 مرات}) = \binom{5}{4} \cdot \left(\frac{5}{8}\right)^4 \cdot \left(1 - \frac{5}{8}\right)^{5-4} = 5 \cdot \left(\frac{5}{8}\right)^4 \cdot \left(\frac{3}{8}\right)$$

$$P(\text{أصابت الهدف 5 مرات}) = \binom{5}{5} \cdot \left(\frac{5}{8}\right)^5 \cdot \left(1 - \frac{5}{8}\right)^{5-5} = 1 \cdot \left(\frac{5}{8}\right)^5 \cdot 1$$

⇓

$$P(\text{فوز داليا}) = 10 \cdot \left(\frac{5}{8}\right)^3 \cdot \left(\frac{3}{8}\right)^2 + 5 \cdot \left(\frac{5}{8}\right)^4 \cdot \left(\frac{3}{8}\right) + 1 \cdot \left(\frac{5}{8}\right)^5 \cdot 1 = 0.7247$$

⇓

0.7247

(ج)

(1)

في حال أخطأت داليا الهدف في التصويبة الثانية عليها أن تُكون قد أصابت الهدف 3 مرات على الأقل في ال 4 تصويبات الباقيات لكي تفوز في اللعبة

⇓

$$P(\text{فوز داليا}) = P(\text{أصابت الهدف 3 مرات}) + P(\text{أصابت الهدف 4 مرات})$$

نستعمل قانون برنولي:

قانون برنولي - احتمال حصول k نجاحات من n محاولات عندما يكون احتمال النجاح يُساوي p

$$P_n(k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

⇓

$$P(\text{أصابت الهدف 3 مرات}) = \binom{4}{3} \cdot \left(\frac{5}{8}\right)^3 \cdot \left(1 - \frac{5}{8}\right)^{4-3} = 4 \cdot \left(\frac{5}{8}\right)^3 \cdot \left(\frac{3}{8}\right)$$

$$P(\text{أصابت الهدف 4 مرات}) = \binom{4}{4} \cdot \left(\frac{5}{8}\right)^4 \cdot \left(1 - \frac{5}{8}\right)^{4-4} = 1 \cdot \left(\frac{5}{8}\right)^4 \cdot 1$$

⇓

$$P(\text{فوز داليا}) = 4 \cdot \left(\frac{5}{8}\right)^3 \cdot \left(\frac{3}{8}\right) + 1 \cdot \left(\frac{5}{8}\right)^4 \cdot 1 = 0.5187$$

⇓

0.5187

(2)

بسبب أن احتمال إصابة كريمة للهدف يُساوي احتمال إصابة داليا للهدف، ولكونها أيضا أخطأت الهدف في مرّة واحدة من المرات الخمسة بالتأكيد فهذا يعني أن احتمال فوزها يُساوي احتمال فوز داليا في البند السابق إذ أن جميع المعطيات مُتشابهة

⇓

0.5187