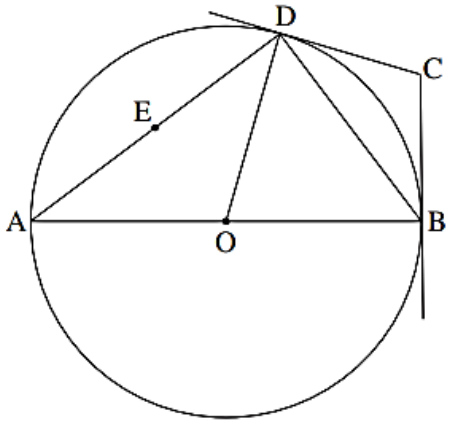
هندسة مستوية - صيف 2024

4. المثلّث ABD محصور في دائرة مركزها O .

AB هو قطر في الدائرة.

القطعة CB تمسّ الدائرة في النقطة B ، والقطعة CD تمسّ الدائرة في النقطة D .

النقطة E هي منتصف الضلع AD .



أ. برهِنوا أنّ $\triangle AOD \sim \triangle BCD$.

ب. برهِنوا أنّ $DB = 2EO$.

معطى أنّ: مساحة المثلّث AOD هي $\frac{16}{9}$ أضعاف مساحة المثلّث BCD .

جـ. جدوا النسبة $\frac{AD}{EO}$.

معطى أنّ: $EO = 3$.

د. **(1)** احسبوا مساحة المثلّث AOD .

(2) احسبوا مساحة الشكل الرباعيّ ABCD .

أ) برهنوا ان: $\Delta AOD \sim \Delta BCD$

- $AO = OD$ (انصاف اقطار)
- $\Delta AOD \Leftarrow$ (مثلث متساوي ساقين)
- $\measuredangle OAD = \measuredangle ADO \Leftarrow$ (زوايا القاعدة في مثلث متساوي الساقين)
- $DC = BC$ (مماسان يخرجان من نفس النقطة)
- $\Delta BCD \Leftarrow$ (مثلث متساوي ساقين)
- $\measuredangle CDB = \measuredangle CBD \Leftarrow$ (زوايا القاعدة في مثلث متساوي الساقين)
- $\measuredangle CDB = \measuredangle DAB$ (الزاوية بين المماس والوتر)
- $\Delta AOD \sim \Delta BCD \Leftarrow$

ب) برهنوا ان: $DB = 2EO$

- $ED = AE$
- $AO = OB$
- $EO \Leftarrow$ قطعة وسطى في ΔABD
- $DB = 2EO \Leftarrow$ (قطعة وسطى تساوي نصف القاعدة)

ج) { جدوا النسبة $\frac{AD}{EO}$ }

$$\frac{S_{AOD}}{S_{BCD}} = \frac{16}{9}$$

$$\downarrow$$

$$\frac{AD}{BD} = \sqrt{\frac{16}{9}} = \frac{4}{3}$$

تذكير: نسبه التشابه تربيع هي نسبة المساحة

$$BD = 2EO$$

$$\downarrow$$

$$\frac{AD}{2EO} = \frac{4}{3}$$

$$\downarrow$$

$$\frac{AD}{EO} = \frac{8}{3}$$

د) 1) { مساحة ΔAOD }

$$\frac{AD}{3} = \frac{8}{3}$$

$$AD = 8$$

$$S_{AOD} = \frac{OE \cdot AD}{2} = \frac{3 \cdot 8}{2}$$

$$S_{AOD} = 12$$

2) { مساحة الشكل الرباعي $ABCD$ }

$$S_{ABCD} = S_{ABD} + S_{BCD}$$

$$DB = 2EO$$

$$DB = 6$$

$\measuredangle ADB = 90°$ الزاوية

(محيطية تقابل القطر)

$$S_{ABD} = \frac{AD \cdot BD}{2}$$

$$S_{ABD} = \frac{6 \cdot 8}{2} = 24$$

$$S_{BCD} = \frac{9}{16} S_{AOD}$$

$$S_{BCD} = \frac{9}{16} \cdot 12 = 6.75$$

$$S_{ABCD} = 24 + 6.75 = 30.75$$