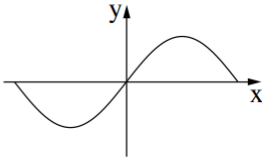


## بحث دوال مثلثية - صيف ب 2021



3. الدالة  $f(x)$  ودالة مشتقتها  $f'(x)$  معرفتان في المجال  $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ .

أمامك الرسم البياني لدالة المشتقة  $f'(x)$ .

معطى أنّ الرسم البياني لدالة المشتقة  $f'(x)$  يقطع المحور  $x$  في ثلاث نقاط بالضبط:

$$\left(-\frac{\pi}{2}, 0\right), (0, 0), \left(\frac{\pi}{2}, 0\right)$$

أ. جد مجالات تصاعد وتنازل الدالة  $f(x)$ .

ب. جد الإحداثيات  $x$  للنقاط القصوى للدالة  $f(x)$ ، وحدد نوع هذه النقاط.

$$\text{معطى أنّ: } f(x) = (\sin x)^2 - \frac{1}{4}$$

ج. جد إحداثيات نقاط تقاطع الرسم البياني للدالة  $f(x)$  مع المحورين.

د. ارسم رسماً بيانياً تقريبياً للدالة  $f(x)$ .

مرّروا مماساً للرسم البياني للدالة  $f(x)$  في نقطة تقاطعها مع المحور  $x$  التي تقع عن يمين نقطة أصل المحاور،

ومرّروا مماساً إضافياً في نقطة نهايتها الصغرى.

هـ. جد إحداثيات نقطة التقاء المماسين.

اكتب إجابتك بدقة رقمين بعد الفاصلة العشرية.

### الحل:

أ. { مجالات التصاعد والتنازل للدالة  $f(x)$  }

مجالات تصاعد وتنازل الدالة  $f(x)$  هي مجالات الموجبة والسالبة لدالة المشتقة التي نجدها عن طريق الرسم لذلك:

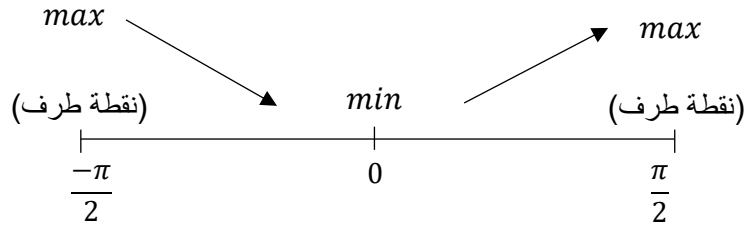
$$f'(x) \text{ (حسب الرسمة المعطاة) } \begin{cases} \text{مجال الموجب: } 0 < x < \frac{\pi}{2} \\ \text{مجال السالب: } -\frac{\pi}{2} < x < 0 \end{cases}$$

⇓

$$f(x) \begin{cases} \text{مجال التصاعد: } 0 < x < \frac{\pi}{2} \\ \text{مجال التنازل: } -\frac{\pi}{2} < x < 0 \end{cases}$$

ب. { احداثي  $x$  للنقاط القصوى للدالة  $f(x)$  ونوعها }

النقاط القصوى للدالة  $f(x)$  هي نقاط تقاطع دالة المشتقة مع محور  $x$  (النقاط الصفرية)، لذلك النقاط هي:  $x = 0$  ،  $x = \frac{-\pi}{2}$  ،  $x = \frac{\pi}{2}$



$$x_{max} = \frac{-\pi}{2} \quad x_{min} = 0 \quad x_{max} = \frac{\pi}{2} \leftarrow$$

ج. { نقاط تقاطع الرسم البياني للدالة  $f(x)$  مع المحورين }

$$f(x) = (\sin x)^2 - \frac{1}{4}$$

تقاطع مع محور  $x$ :

$$(\sin x)^2 - \frac{1}{4} = 0$$

$$(\sin x)^2 = \frac{1}{4} \quad \sqrt{\quad}$$

$$\sin x = \pm \frac{1}{2}$$

$$\sin x = -\frac{1}{2}$$

$$x = \pi - \left(\frac{\pi}{6}\right) + 2\pi k$$

$$x = \frac{-\pi}{6} + 2\pi k$$

الإجابات التي في المجال:

$$\left(-\frac{\pi}{6}, 0\right)$$

$$\sin x = \frac{1}{2}$$

$$x = \pi - \frac{\pi}{6} + 2\pi k$$

$$x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k$$

الإجابات التي في المجال:

$$\left(\frac{\pi}{6}, 0\right)$$

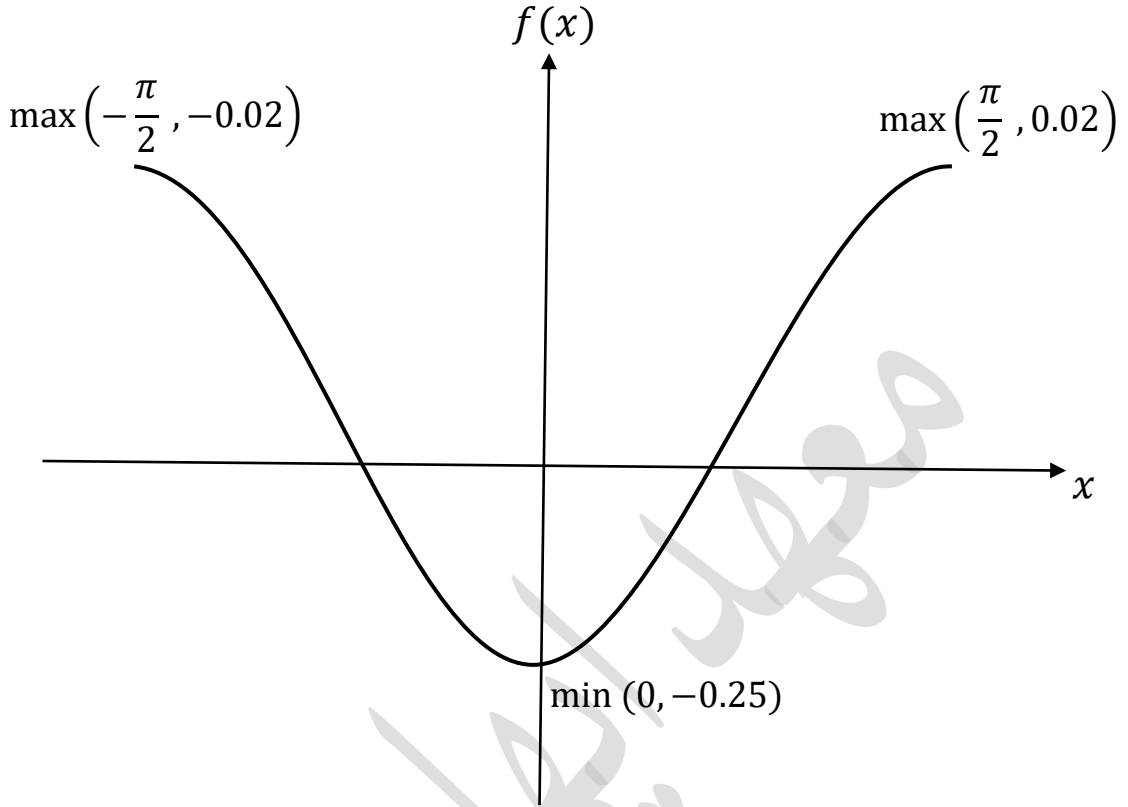
التقاطع مع محور  $y$ :

$$f(0) = (\sin 0)^2 - \frac{1}{4}$$

$$\left(0, -\frac{1}{4}\right)$$

{ الرسم البياني }

د.



{ إيجاد نقطة التقاء المماسين }

هـ.

معطى أنهم مرّروا مماساً للدالة  $f(x)$  في نقطة تقاطعها مع محور  $x$  التي تقع على  
يمين نقطة أصل المحاور  $(\frac{\pi}{6}, 0)$ ، ومرّروا مماساً إضافياً بنقطة الـ  $min$

نجد معادلة المماس الأول:

ميل المماس للدالة = قيمة مشتقة الدالة بنقطة التماس

$$f'(x) = 2 \sin x \cdot \cos x$$

$$f'\left(\frac{\pi}{6}\right) = \sin \frac{\pi}{6} \cdot \cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$m = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

نعوض بمعادلة الخط المستقيم:

$$y = mx + b$$

$$0 = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\pi}{6} + b$$

$$b = -0.453$$

$$y = 0.866x - 0.453$$

نجد معادلة المماس الثاني:

المماس الثاني يمر من النقطة النهائية الصغرى للدالة، لذلك، ميله يساوي صفر

$$y = -0.25 \leftarrow$$

نجد نقطة تقاطع المماسين:

$$0.866x - 0.453 = -0.25$$

$$x = 0.23$$

$$\Rightarrow (0.23, -0.25)$$