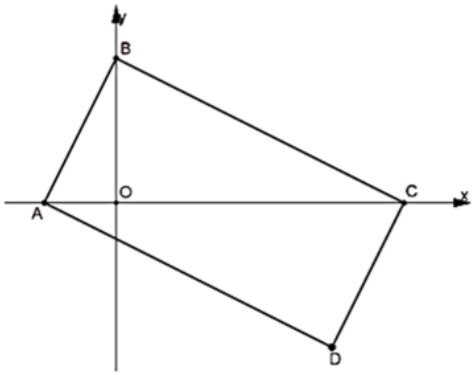
سؤال 4 – شتاء 2021

4. في المستطيل ABCD، الرأس B يقع على محور y، والرؤوس C و A يقعان على محور x، كما هو موضح في الرسم. O هو نقطة أصل المحاور.



معطى: $AO = 3$ و $\tan \sphericalangle BAO = 2$.

أ. جدوا معادلة المستقيم AB.

ب. (1) جدوا معادلة المستقيم BC .

(2) جدوا إحداثيات الرأس C.

ج. (1) برهنوا أن المثلثين CDA و AOB متشابهان.

(2) احسبوا النسبة بين مساحات المثلثين CDA و AOB.

معهد إيهاب عمر

أ. **نجد معادلة المستقيم**

$$\tan \sphericalangle BAO = \frac{BO}{AO}$$

$$2 = \frac{BO}{3}$$

$$BO = 6$$

$$BO = y_B - y_o = 6 - 0 = 6$$

$$B(0,6)$$

$$AO = x_O - x_A = 3$$

$$0 - x_A = 3$$

$$x_A = -3$$

$$A(-3,0)$$

$$m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{6 - 0}{0 - (3)} = -2$$

$$B(0,6)$$

$$y = mx + b$$

$$6 = -2 \cdot 0 + b$$

$$b = 6$$

$$AB: y = -2x + 6$$

معهد إيهاب عمر

ب. (1) **نجد معادلة المستقيم BC**

$\measuredangle ABC = 90°$ (زوايا المستطيل)

$\Downarrow$

$AB \perp BC$

$\Downarrow$

$m_{AB} \cdot m_{BC} = -1$

$m_{AB} = -2$

$\Downarrow$

$m_{BC} = \frac{1}{2}$

$B(0,6)$

$y = mx + b$

$6 = \frac{1}{2} \cdot 0 + b$

$b = 6$

$$BC: y = \frac{1}{2}x + 6$$

معهد إيهاب عمر

(2) **نجد إحداثيات الرأس C**

النقطة C هي نقطة تقاطع المستقيم BC مع محور x

$$\Downarrow$$

$$0 = \frac{1}{2}x + 6$$

$$\frac{1}{2}x = 6$$

$$x = 12$$

$$C(12,0)$$

ج. (1) **نبرهن أن المثلثين CDA و AOB متشابهان**

(1) $AB \parallel DC$ (اضلاع المستطيل متوازية)

$$\Downarrow$$

$\measuredangle BAO = \measuredangle ACD$ (في التبادل)

(2) $\measuredangle AOB = 90$ (المحاور تعامد بعضها)

$\measuredangle ADC = 90$ (زوايا المستطيل مساوية لـ 90)

$$\Downarrow$$

$$\measuredangle AOB = \measuredangle ADC$$

$$\Downarrow$$

$\Delta AOB \sim \Delta CDA$ حسب نظرية (ز، ز)

(2) نجد نسبة مساحات المثلثين **CDA** و **AOB**

$$\frac{S_{\Delta ADC}}{S_{\Delta AOB}} = \left(\frac{AC}{AB}\right)^2$$

$$AC = x_C - x_A = 12 - (-3) = 12 + 3 = 15$$

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

$$= \sqrt{(0 - (-3))^2 + (6 - 0)^2} = \sqrt{45}$$

$$\frac{S_{\Delta ADC}}{S_{\Delta AOB}} = \left(\frac{15}{\sqrt{45}}\right)^2 = 5$$

$$\frac{S_{\Delta ADC}}{S_{\Delta AOB}} = 5$$