شتاء متعذر عليهم 2022

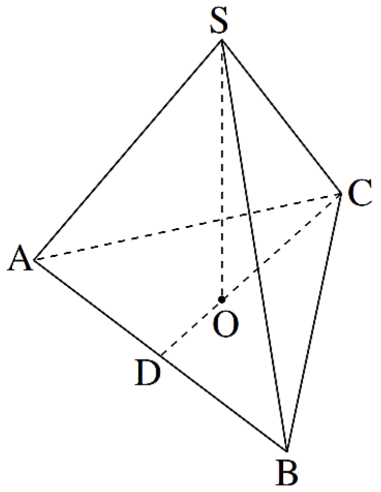
سؤال 2:

معطى هرم ثلاثيّ قائم SABC، قاعدته، ABC ، هي مثلث متساوي الأضلاع.

ارتفاع الهرم هو SO.

CD هو الارتفاع على الضلع AB في المثلّث ABC (انظر الرسم).

معطى أنّ محيط المثلّث ABC هو 6a.



أ. عبّر بدلالة a عن طول الارتفاع CD.

معطى أنّ: $CO = 4\sqrt{3}$.

ب. جد a.

أجب عن البند "جـ" بالنسبة لِـ $a = 6$.

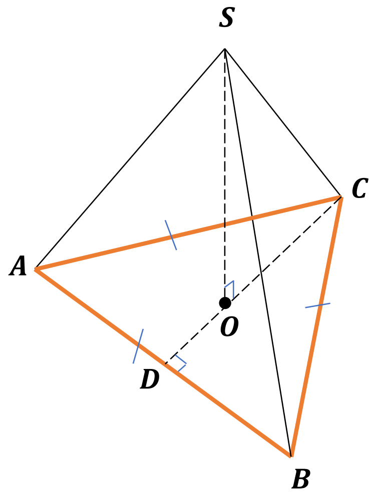
معطى أنّ: مقدار الزاوية التي بين الضلع الجانبيّ للهرم والقاعدة هو 50^o .

جـ. **(1)** جد طول الضلع الجانبيّ للهرم.

(2) احسب مساحة غلاف الهرم.

(أ) نجد طول الضلع CD:

معطى انَّه : ΔABC هو مثلث متساوي الاضلاع, CD هو ارتفاع , $P_{\Delta ABC} = 6a$.



ΔABC:

$$P_{\Delta ABC} = BC + AC + AB$$

$$\Downarrow$$

$$6a = 3 \cdot AB$$

$$\Downarrow \quad \boxed{\div 3}$$

$$AB = 2a$$

$$\Downarrow$$

$$AB = AC = BC = 2a$$

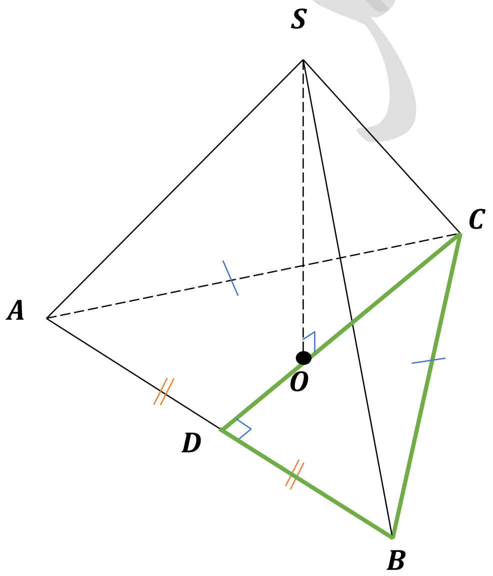
النقطة D تقع في وسط الضلع AB وذلك لانَّ الارتفاع في المثلث متساوي الاضلاع يتوسط القاعدة

$$\Downarrow$$

$$AD = BD = \frac{1}{2} \cdot AB = \frac{1}{2} \cdot 2a = a$$

ΔBDC :

$\leftarrow \measuredangle CDB = 90^{\circ}$ CD هو ارتفاع والارتفاع يعامد القاعدة $\Longleftarrow$ ΔBDC هو مثلث قائم الزاوية



$$BC^2 = CD^2 + BD^2$$

$$\Downarrow$$

$$(2a)^2 = CD^2 + a^2$$

$$\Downarrow$$

$$3a^2 = CD^2$$

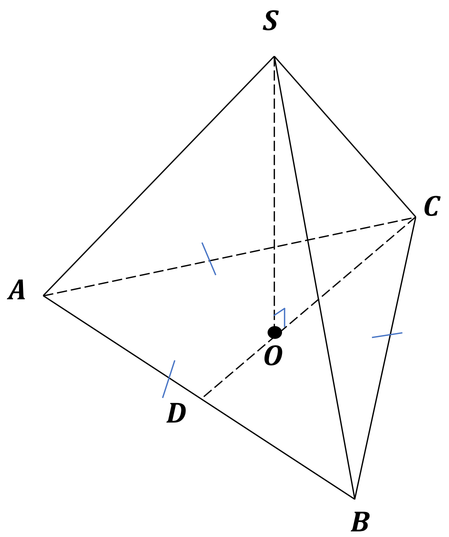
$$\Downarrow$$

$$\boxed{CD = \sqrt{3}a}$$

(ب) نجد a :

معطى انَّه: SO , $CO = 4\sqrt{3}$ هو ارتفاع الهرم.

وجدنا البند السابق انَّه: $CD = \sqrt{3}a$.



نجد CO:

الارتفاع في الهرم القائم يقع في نقطة التقاء المتوسطات اذا كانت القاعدة هي مثلث متساوي الأضلاع

$\Downarrow$

النقطة O تقسم كل متوسط بنسبة $2:1$

$\Downarrow$

$$2 \cdot DO = CO$$

$\Downarrow$

$$DO = \frac{CO}{2} = \frac{4\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$$

$$CD = DO + CO$$

نعوض : $CD = \sqrt{3}a$, $CO = 4\sqrt{3}$, $DO = 2\sqrt{3}$

$\Downarrow$

$$\sqrt{3}a = 2\sqrt{3} + 4\sqrt{3}$$

$\Downarrow$

$$\sqrt{3}a = 6\sqrt{3}$$

$\div a$

$\Downarrow$

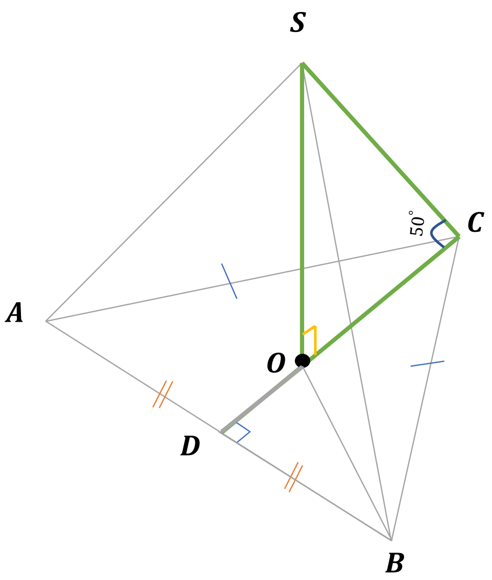
$$\boxed{a = 6}$$

(ج)(1) نجد الضلع الجانبي للهرم:

نجد SC:

معطى انَّ: $50^{\circ} = \sphericalangle SCO$, $CO = 4\sqrt{3}$.

:ΔSOC



$$\cos \sphericalangle SCO = \frac{CO}{SC}$$

$$\Downarrow$$

$$\cos 50 = \frac{4\sqrt{3}}{SC}$$

$$\Downarrow$$

$$SC = \frac{4\sqrt{3}}{\cos 50}$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{SB = 10.78}$$

وحدة طول

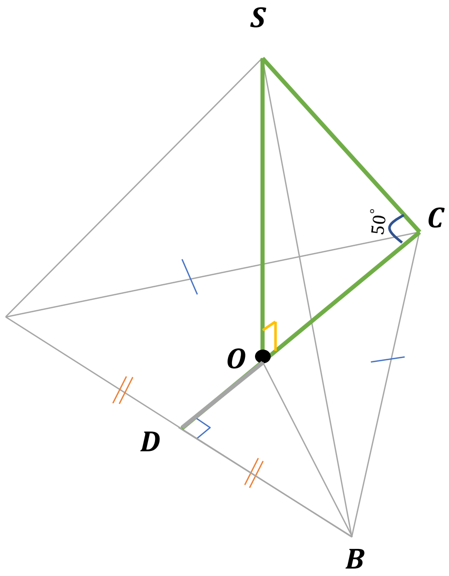
(2) <u>نجد مساحة غلاف الهرم</u>:

معطى ان الهرم قائم وقاعدته عبارة عن مثلث متساوي الاضلاع ← كل الأوجه متطابقة.

$$\Downarrow$$

$$S_{\text{غلاف الهرم}} = 3 \cdot S_{\Delta SBC}$$

<u>نجد $\sphericalangle BSC$</u>:



$$BC^2 = SB^2 + SC^2 - 2 \cdot \mathrm{SB} \cdot \mathrm{SC} \cdot \cos \sphericalangle BSC$$

$$\Downarrow$$

$$12^2 = 10.78^2 + 10.78^2 - 2 \cdot 10.78 \cdot 10.78 \cdot \cos \sphericalangle BSC$$

$$\Downarrow$$

$$12^2 = 10.78^2 + 10.78^2 - 2 \cdot 10.78 \cdot 10.78 \cdot \cos \sphericalangle BSC$$

$$\Downarrow$$

$$-88.42 = -232.42 \cos \sphericalangle BSC$$

$$\Downarrow$$

$$\cos \sphericalangle BSC = 0.36$$

$$\Downarrow$$

$$\sphericalangle BSC = 67.64°$$

:$S_{\Delta SBC}$

$$S_{\Delta SBC} = \frac{SC \cdot SB \cdot \sin \sphericalangle BSC}{2}$$

$$\Downarrow$$

$$S_{\Delta SBC} = \frac{10.78 \cdot 10.78 \cdot \sin(67.64)}{2}$$

$$\Downarrow$$

$$S_{\Delta SBC} = 53.735$$

$$S_{\text{غلاف الهرم}} = 3 \cdot S_{\Delta SBC}$$

$$\Downarrow$$

$$S_{\text{غلاف الهرم}} = 3 \cdot 53.735$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{S_{\text{غلاف الهرم}} = 161.2}$$

وحدة مساحة