قيم قصوى – شتاء 2013

9. أ. من بين جميع المستطيلات التي مساحتها k سم^2، عبّر بدلالة k عن أضلاع المستطيل الذي محيطه أصغر ما يمكن.

ب. معطى أنّ قطر الدائرة التي تحصر المستطيل الذي محيطه أصغر ما يمكن، هو 8 سم. جد قيمة k .

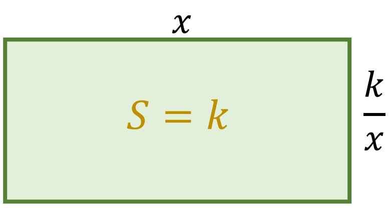
(أ) نعبّر بدلالة k عن أضلاع المستطيل المطلوب

مطلوب ان نعبّر بدلالة k عن أضلاع المستطيل الذي يكون محيطه أصغر ما يُمكن.

مُعطى : k =مساحة المستطيل .

نرمُز: $S = k$ ، أحد أضلاع المستطيل: x.

ينتج أنّ الضلع الآخر= $\frac{k}{x}$ (مساحة المستطيل = حاصل ضرب الطول بالعرض.)



$$x \cdot \frac{k}{x} = S$$

دالّة الهدف: محيط المستطيل أقصر ما يُمكن.

$$P(x) = 2x + \frac{2k}{x}$$

لإيجاد النّقاط القصوى نشتقّ الدالّة:

$$P'(x) = 2 + \frac{-2k}{x^2}$$

$$P'(x) = 0$$

$$0 = 2 + \frac{-2k}{x^2} \qquad \cdot x^2$$

$$2x^2 = 2k$$

$$x^2 = k$$

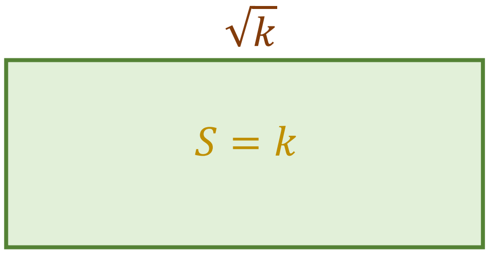
$$x = \sqrt{k}$$

عزيزي الطالب، منوخذش $\pm$ لأنّه الطول ولا مرة كان سالب.

للتأكّد أنّ إحداثيّ x الذي وجدناه هو min، **نصنّف النقطة:**

	$\frac{\sqrt{k}}{2}$	$\sqrt{k}$	k
$f'(x)$	$(-)$	0	$(+)$
$f(x)$	↘	min	↗

نعبّر بدلالة k عن أضلاع المستطيل:



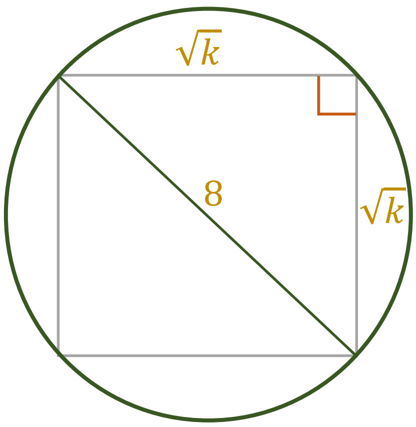
$$\frac{k}{\sqrt{k}} = \sqrt{k}$$

(ب)

نجد قيمة k

قطر الدائرة الحاصرة = قطر المستطيل

نستعين بنظريّة فيثاغورس:



$$a^2 + b^2 = c^2$$
$$\left(\sqrt{k}\right)^2 + \left(\sqrt{k}\right)^2 = 8^2$$
$$2k = 64$$
$$k = 32$$