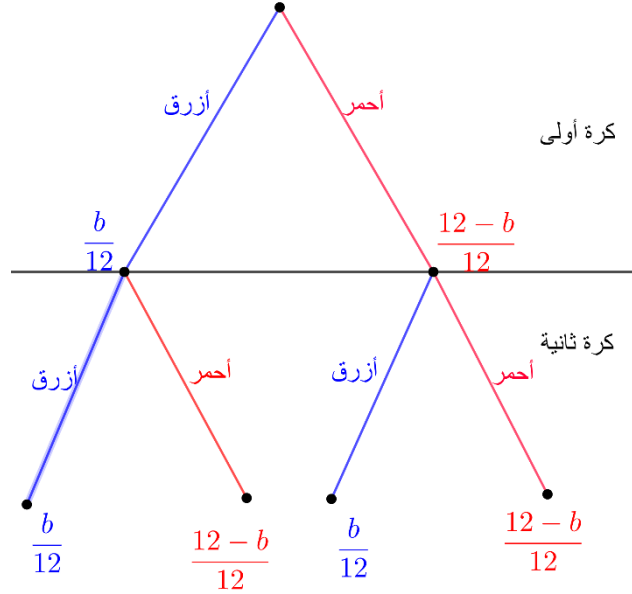


احتمال-2020 شتاء

(3)

- توجد في علبة 12 كرة. معظم الكرات زرقاء والبقية حمراء. أخرجوا بشكل عشوائي كرة من العلبة وأعادوها إلى العلبة، وأخرجوا مرة ثانية بشكل عشوائي كرة وأعادوها. الاحتمال بأن تكون الكرتان اللتان أخرجوهما بلونين مختلفين هو $\frac{4}{9}$.
- أ. جد كم كرة زرقاء توجد في العلبة.
- ب. أضافوا إلى العلبة كرات صفراء.
- بعد الإضافة، أخرجوا بشكل عشوائي كرة وأعادوها، وأخرجوا مرة ثانية بشكل عشوائي كرة وأعادوها. الاحتمال بأنهم أخرجوا كرتين بلونين مختلفين لا يزال $\frac{4}{9}$.
- كم كرة صفراء أضافوا إلى العلبة؟
- نقلوا جميع الكرات الصفراء إلى وعاء آخر، وأبقوا في العلبة الكرات الزرقاء والحمراء فقط.
- ج. أخرجوا عشوائياً من العلبة كرة تلو الأخرى بشكل متكرر (بدون إعادة)، إلى أن أخرجوا كرة حمراء. ما هو الاحتمال بأن عدد الإخراجات كان أكبر من 3؟

(أ)



$$\frac{4}{9} = P(\text{لونين مختلفين}) = \frac{b}{12} \cdot \frac{(12-b)}{12} + \frac{(12-b)}{12} \cdot \frac{b}{12} = \frac{(12-b)}{12} \cdot \frac{b}{6}$$

↓

$$32 = 12b - b^2$$

↓

$$b^2 - 12b + 32 = 0$$

↓

$$b = \frac{12 \pm 4}{2}$$

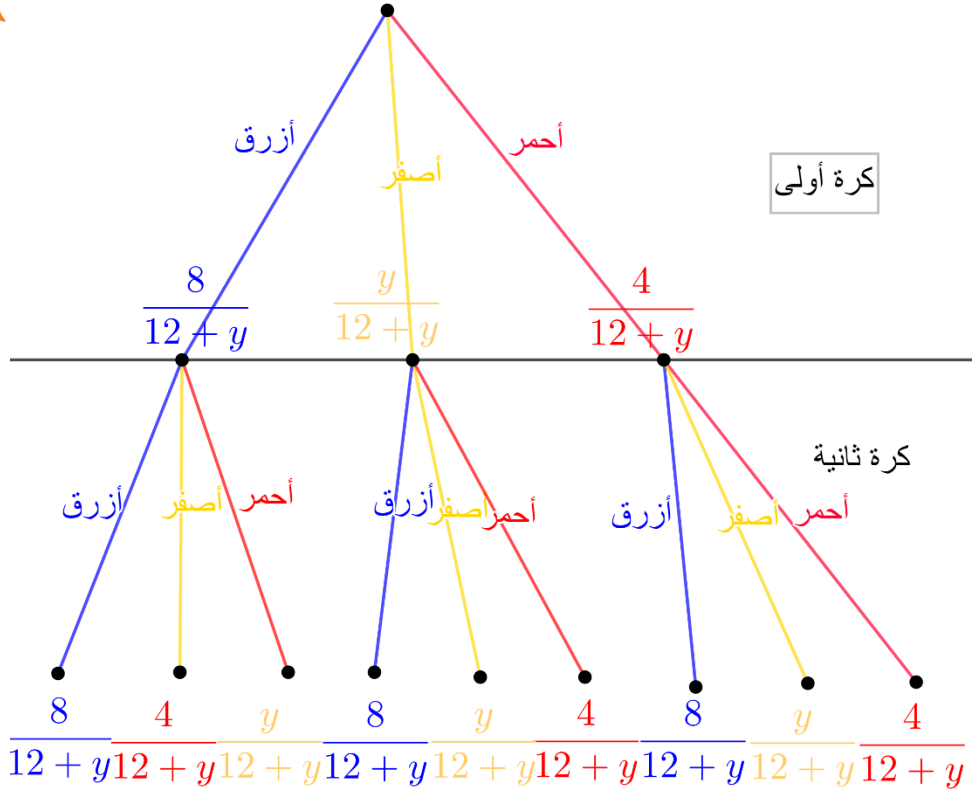
↓

$$b = 4,8$$

معظم الكرات زرقاء. لذلك $b = 8$

الجواب النهائي

(ب)



$$\frac{4}{9} = P(\text{لونين مختلفين}) = \frac{8}{12+y} \frac{4+y}{12+y} + \frac{y}{12+y} \frac{4+8}{12+y} + \frac{4}{12+y} \frac{8+y}{12+y}$$

↓

$$\frac{4}{9}(12+y)^2 = 24y + 64$$

↓

$$144 + 24y + y^2 = 54y + 144$$

↓

$$-30y + y^2 = 0$$

↓

$$y = 0,30$$

↓

$$y = 30$$

الجواب النهائي

$$\frac{8}{12} \cdot \frac{7}{11} \cdot \frac{6}{10} = \frac{2}{3} \cdot \frac{7}{11} \cdot \frac{3}{5} = \frac{2}{11} \cdot \frac{7}{5} =$$

$$\frac{14}{55}$$

(ج)

الجواب النهائي