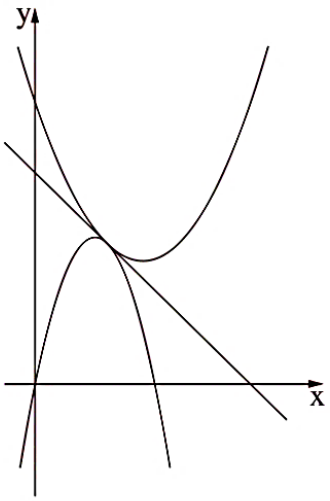
بحث دوال - شتاء متعذر عليهم 2021

(7

معطاة الدالّتان: $f(x) = -3x^2 + 5x$ ، $g(x) = x^2 - 3x + c$.

c هو بارامتر.

هناك مستقيم يمسّ الرسمين البيانيّين للدالّتين في النقطة المشتركة بينهما (انظر الرسم).



أ. **(1)** جد إحداثيّات نقطة تماسّ الرسمين البيانيّين.

(2) جد قيمة c.

ب. جد معادلة المماسّ المشترك بين الرسمين البيانيّين.

جـ. S_1 هي المساحة المحصورة بين الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ والمماسّ المشترك والمحور y .

S_2 هي المساحة المحصورة بين الرسم البيانيّ للدالّة $g(x)$ والمماسّ المشترك والمحور y .

جد النسبة $\frac{S_1}{S_2}$.

(أ)(1) نجد احداثيات نقطة التماس بين الرسمين

$g(x) = x^2 - 3x + c$

$\Downarrow$

$g'(x) = 2x - 3$

$f(x) = -3x^2 + 5x$

$\Downarrow$

$f'(x) = -6x + 5$

$2x - 3 = -6x + 5$

$\Downarrow$

$8x = 8$

$\div 8$ $\Downarrow$

$x = 1$

$\Downarrow$

$f(1) = -3 \cdot 1^2 + 5 \cdot 1 = 2$

نعوّض في الدالة $f(x)$ لكي نجد الاحداثي y للنقطة

نقطة التماس $\leftarrow (1,2)$

(أ)(2) نجد c

نعوّض نقطة التماس (النقطة المشتركة بين الدالتين)

$g(1) = 2$

$\Downarrow$

$2 = 1^2 - 3 \cdot 1 + c$

$\Downarrow$

$c = 4$

(ب) نجد معادلة المماس الموصوف

أولا نجد الميل في نقطة التماس:

$$\text{ميل المماس} = g'\left(x_{\text{نقطة التماس}}\right)$$

$$\Downarrow$$

$$g'(x) = 2 \cdot 1 - 3 = -1$$

نعوض في المعادلة العامة:

عوّضنا نقطة التماس

$(1,2) \leftarrow$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$\Downarrow$$

$$y - 2 = -1(x - 1)$$

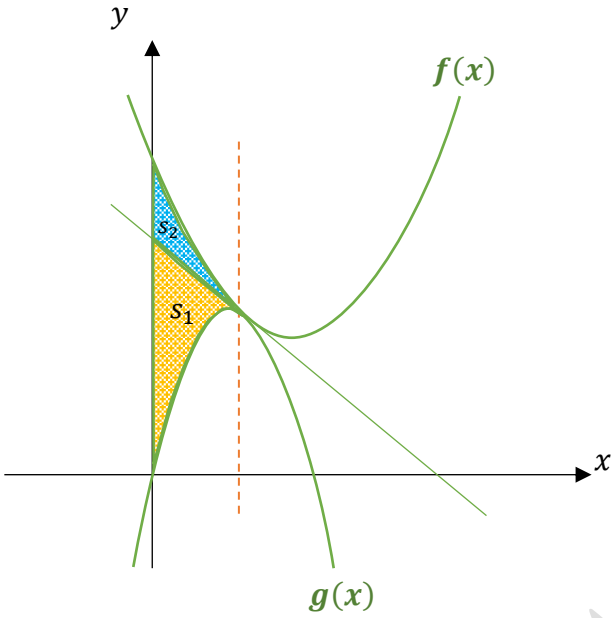
$$\Downarrow$$

$$y = -1x + 1 + 2$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{y = -x + 3}$$

(ج) نجد النسبة $\frac{s_1}{s_2}$



$$\frac{s_1}{s_2}=\frac{\int_0^1(g(x)-y)\ dx}{\int_0^1(f(x)-y)\ dx}$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{s_1}{s_2}=\frac{\int_0^1\left(x^2-3x+4-(-x+3)\right)\ dx}{\int_0^1\left((-x+3)-(-3x^2+5x)\right)\ dx}$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{s_1}{s_2}=\frac{\int_0^1\ (x^2-2x+1)\ dx}{\int_0^1\ (3x^2-6x+3)\ dx}$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{s_1}{s_2}=\frac{\left[\frac{x^3}{3}-\frac{2x^2}{2}+x\right]_0^1}{\left[\frac{3x^3}{3}-\frac{6x^2}{2}+3x\right]_0^1}$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{s_1}{s_2}=\frac{\left(\frac{1^3}{3}-\frac{2\cdot1^2}{2}+1\right)-\left(\frac{0^3}{3}-\frac{2\cdot0^2}{2}+0\right)}{\left(\frac{3\cdot1^3}{3}-\frac{6\cdot1^2}{2}+3\cdot1\right)-\left(\frac{3\cdot0^3}{3}-\frac{6\cdot0^2}{2}+3\cdot0\right)}$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{s_1}{s_2}=\frac{\left(\frac{1}{3}\right)-0}{(1)-0}$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{\frac{s_1}{s_2}=3}$$

خلّصنا يا بطل.

معهد إيهاب عمر