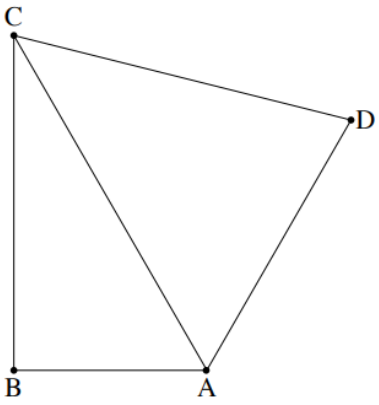
حساب مثلّثات – صيف ب 2025

5. في الرسم الذي أمامكم المثلّث القائم الزاوية ABC ($\sphericalangle ABC = 90^o$).
على الضلع AC بنوا مثلّثًا إضافيًّا ACD بحيث AC هو مُنصِّف الزاوية BAD .
نرمز: $AB = k$ ، $\sphericalangle CAB = \alpha$.



أ. عبِّروا بدلالة k وَ α عن طول AC .

معطى أنّ: $AD = 1.5 \cdot k$ ، $CD = \sqrt{3.25} \cdot k$.

ب. احسبوا قيمة α .

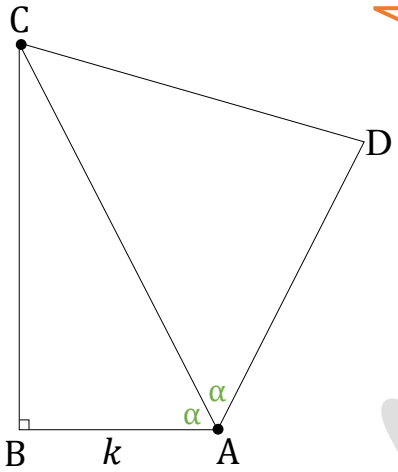
عوِّضوا $\alpha = 60^o$ ، وأجيبوا عن البندين "جـ – د" .
النقطة M هي مركز الدائرة المحصورة في المثلّث ABC .

جـ. عبِّروا بدلالة k عن نصف قطر الدائرة المحصورة في المثلّث ABC .

النقطة E هي مركز الدائرة التي تحصر المثلّث ABC .
معطى أنّ: $ME = 4$.

د. احسبوا قيمة k .

أ. نعبّر عن طول AC بدلالة k وَ α

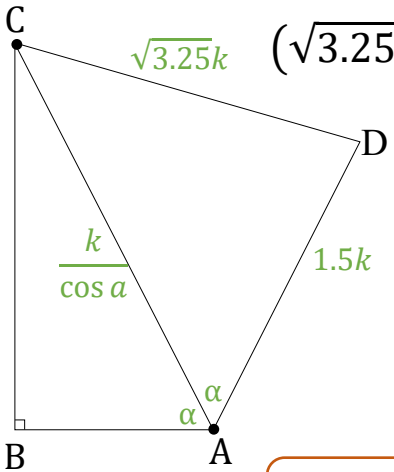


$$\cos\alpha = \frac{k}{AC}$$

$$AC = \frac{k}{\cos\alpha}$$

ب. حساب قيمة α

نطبّق قانون cos العام في مثلّث ACD:



$$\left(\sqrt{3.25}k\right)^2 = \left(\frac{3}{2}k\right)^2 + \left(\frac{1}{\cos a}k\right)^2 - 2\cdot\frac{3}{2}k\cdot\frac{1}{\cos a}k\cdot\cos a$$

$$3.25\cancel{k^2} = \frac{9}{4}\cancel{k^2} + \frac{\cancel{k^2}}{cos^2\alpha} - 3\cancel{k^2}$$

$$cos^2\alpha = \frac{1}{4}$$

$$\cos a = \pm\frac{1}{2}$$

$\alpha = 60$ ، ~~$\alpha = 120$~~

لا يمكن أنْ تكون زاوية مقدارها 120 في مثلّث قائم الزاوية

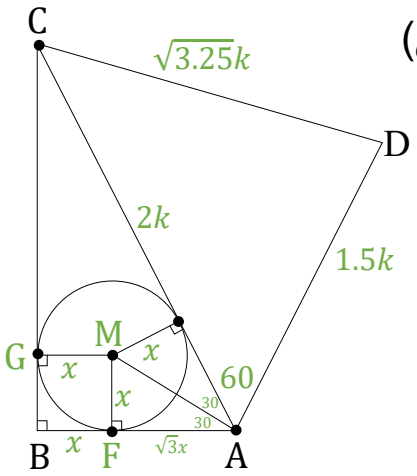
ج. نعبّر عن طول نصف قطر الدائرة المحصورة في المثلّث ABC بدلالة k

نرمز لطول نصف قطر الدائرة المحصورة بـ x

نرمز لنقطة التقاء نصف قطر الدائرة بالمماس AB بـ F

نرمز لنقطة التقاء نصف قطر الدائرة بالمماس BC بـ G

$$MF = x \Rightarrow AF = \sqrt{3}x$$



$MG = GB = BF = MF = x$ (تكوّن مربّع)

$$\Rightarrow x + \sqrt{3}x = k$$

$$x(1 + \sqrt{3}) = k$$

$$x = \frac{k}{1 + \sqrt{3}}$$

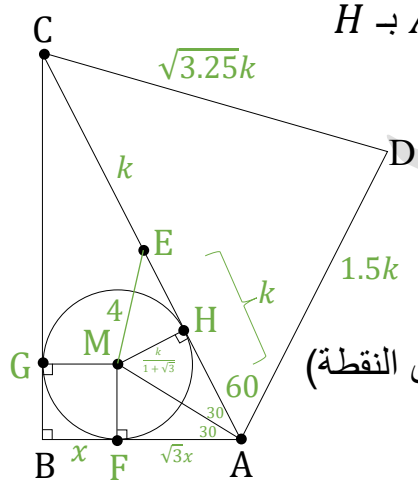
د. حساب قيمة k

معطى أنّ $\sphericalangle ABC = 90$

$\Leftarrow AC$ هو قطر وطوله $2k$

معطى أنّ E مركز الدائرة أيّ وسط AC

نرمز لنقطة التقاء نصف قطر الدائرة المحصورة بالمماس AC بـ H



$MH = \frac{k}{1+\sqrt{3}}$ (نصف قطر في الدائرة المحصورة)

$ME = 4$ (معطى)

$AE = k$ (نصف قطر في الدائرة الحاصرة)

$EH = k - \frac{\sqrt{3}k}{1+\sqrt{3}} \Leftarrow (AH = FH$ مماسات خارجة من نفس النقطة)

نطبّق نظرية فيثاغورس في المثلّث MHE:

$$\left(\frac{k}{1 + \sqrt{3}}\right)^2 + \left(k - \frac{\sqrt{3}k}{1 + \sqrt{3}}\right)^2 = 4^2$$

$$k = 2\sqrt{2} \cdot (1 + \sqrt{3}) \approx 7.72$$