

هندسة تحليلية – صيف 2024

1. معطاة الدائرة I التي معادلتها $(x-3)^2 + (y-4)^2 = 9$ ، ومركزها في النقطة K .
 معطاة الدائرة II التي معادلتها $(x+5)^2 + (y-2)^2 = 1$ ، ومركزها في النقطة L .
 النقطة A تقع على محيط الدائرة I ، والنقطة B تقع على محيط الدائرة II .
 يُمرّرون مماساً للدائرة I عبر النقطة A ، ومماساً للدائرة II عبر النقطة B . المماسان يتقاطعان في النقطة M .
 أ . بينوا أنّ المحل الهندسي لجميع النقاط M التي تحقق $MA = MB$ هو خطّ مستقيم، ووجدوا معادلته .
 ب . (1) بينوا أنّ المستقيم الذي وجدتم معادلته في البند "أ" والمستقيم KL متعامدان .
 (2) هل توجد نقطة M يتحقّق بالنسبة لها $ML = MK$ ؟ علّلوا إجابتكم .
 معطى أنّه بالنسبة لإحدى النقاط M ، والتي تقع فوق المستقيم KL ، تكون مساحة المثلث KLM هي 26 .
 جـ . جدوا إحداثيات النقطة M .
 النقطة M التي وجدتموها في البند "ج" تقع على القطع المكافئ $y^2 = 2px$ ، p هو پارامتر .
 د . جدوا معادلة المماس للقطع المكافئ في النقطة M .

أ. بينوا ان المحل الهندسي لجميع النقاط M التي تحقق $MA = MB$ هو خط مستقيم

$$K(3,4) \quad L(-5,2)$$

$$M(x, y) \text{ نفرض}$$

الزاوية بين المماس والقطر زاوية قائمة

↓

نستعمل قانون فيثاغورس في المثلث KBM:

$$d_{MK} = \sqrt{(x+5)^2 + (y-2)^2}$$

$$KB = r = 1$$

$$KB^2 + MB^2 = MK^2$$

↓

$$MB = (x+5)^2 + (y-2)^2 - 1$$

نستعمل قانون فيثاغورس في المثلث LAM :

$$d_{ML} = \sqrt{(x-3)^2 + (y-4)^2}$$
$$AL = r = 3$$

$$AL^2 + MA^2 = ML^2$$

↓

$$MA = (x-3)^2 + (y-4)^2 - 9$$

$$MB = MA$$

$$(x+5)^2 + (y-2)^2 - 1 = (x-3)^2 + (y-4)^2 - 9$$

نفسك الاقواس أعلاه:

$$16x + 4y + 12 = 0$$

$$4x + y + 3 = 0$$

$$y = -4x - 3$$

المحل الهندسي لجميع النقاط M التي تحقق $MA = MB$ هو خط مستقيم

$$معادلته $y = -4x - 3$$$

ب.(1) { بينوا ان المستقيم الذي وجدتموه في فرع أ والمستقيم KL متعامدان }

يتعامد مستقيمان في حالة كان حاصل ضرب ميليتهما يساوي -1

نجد ميل المستقيم KL :

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{4 - 2}{3 + 5} = \frac{1}{4}$$

ميل المستقيم الذي وجدناه في فرع أ:

$$m = -4$$

$$m_i \cdot m_{KL} = -4 \cdot \frac{1}{4} = -1$$

المستقيم في فرع أ والمستقيم KL متعامدان

ب. (2) هل توجد نقطة M يتحقق بالنسبة لها $ML = MK$ ؟

$$M \text{ تقع على المستقيم } y = -4x - 3$$

↓

$$M(x, -4x - 3)$$

$$ML = MK$$

$$\sqrt{(x - 3)^2 + (-4x - 7)^2} = \sqrt{(x + 5)^2 + (-4x - 5)^2}$$

$$(x - 3)^2 + (-4x - 7)^2 = (x + 5)^2 + (-4x - 5)^2$$

$$50x + 58 = 50x + 50$$

لا توجد نقطة M يتحقق بالنسبة لها $ML = MK$

ج. { جدوا احداثيات النقطة M }

$$S_{\Delta KLM} = 26$$

$$d_{KL} = \sqrt{(-5 - 3)^2 + (2 - 4)^2} = \sqrt{68}$$

$$\frac{KL \cdot h}{2} = 26$$

$$\frac{\sqrt{68} \cdot h}{2} = 26$$

$$h = \frac{26}{\sqrt{17}}$$

وجد المستقيم KL :

$$m = \frac{1}{4} \quad K(3,4)$$

$$y = \frac{1}{4}x + \frac{13}{4}$$

$$\frac{1}{4}x - y + \frac{13}{4} = 0$$

بعد النقطة M عن المستقيم KL هو الارتفاع للمثلث KLM

$$\frac{\left| \frac{1}{4}x - y + \frac{13}{4} \right|}{\sqrt{\frac{1}{16} + 1}} = \frac{26}{\sqrt{17}}$$

نعوض $M(x, -4x - 3)$

$$\left| \frac{1}{4}x + 4x + 3 + \frac{13}{4} \right| = \frac{26}{\sqrt{17}} \cdot \frac{\sqrt{17}}{4}$$

$$\left| \frac{17}{4}x + \frac{25}{4} \right| = \frac{26}{4}$$

$$-\frac{17}{4}x - \frac{25}{4} = \frac{26}{4}$$

$$-\frac{17}{4}x = \frac{51}{4}$$

$$x = -3$$

$$M(-3,9)$$

د. { جدوا معادلة المماس للقطع المكافئ في النقطة M }

نعوض M نجد p :

$$y^2 = 2px$$

$$9^2 = 2p \cdot (-3)$$

$$p = -13.5$$

نعوض M و p :

$$y \cdot 9 = -13.5(x + (-3))$$

$$9y = -13.5x + 40.5$$

$$y = -\frac{3}{2}x + \frac{9}{2}$$