هندسة مستوية- 2023 شتاء

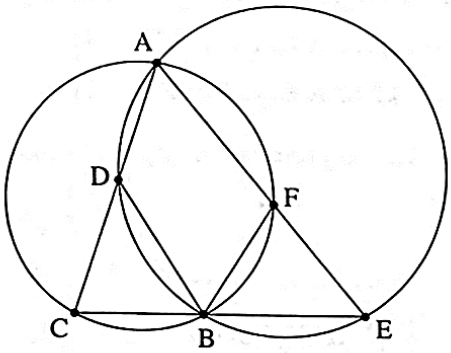
(4

دائرتان تتقاطعان في النقطتين A وَ B (انظروا الرسم).

الوتر AC في الدائرة اليسرى يقطع الدائرة اليمنى في النقطة D.

الوتر AE في الدائرة اليمنى يقطع الدائرة اليسرى في النقطة F.

القطعة CE تمرّ عبر النقطة B.



أ. برهِنوا أنّ $\Delta ACE \sim \Delta BCD$.

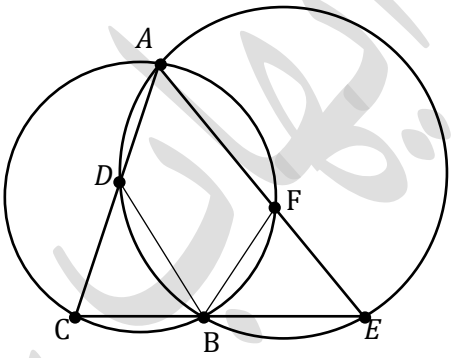
معطى أنّ: $DC = FE$.

ب. برهِنوا أنّ $\Delta BFE \cong \Delta BCD$.

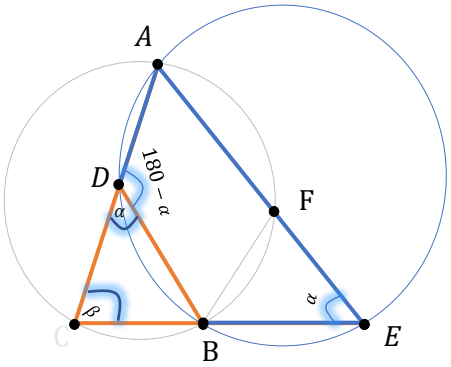
جـ. (1) برهِنوا أنّ $AC \cdot BE = AE \cdot BC$.

(2) برهِنوا أنّ AB هو منصّف الزاوية CAE.

د. برهِنوا أنّ $\sphericalangle DEC = \sphericalangle FCE$.

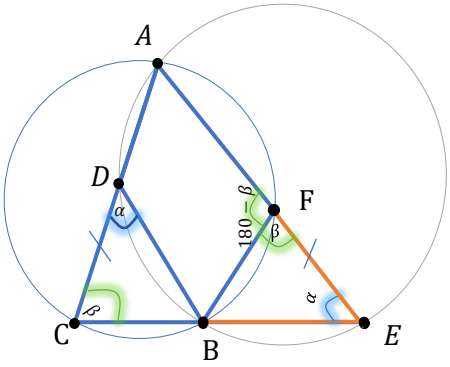


(أ) نبرهن انَّه $\Delta ACE \sim \Delta BCD$



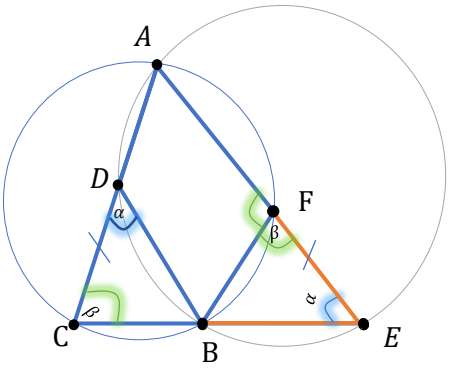
ادعاء	دليل
1) الشكل الرباعي $ADBE$ محصور في الدائرة اليمنى	معطى انَّ الرؤوس A, D, B, E تقع على الدائرة
2) $\measuredangle AEB + \measuredangle ADB = 180°$	مجموع زوايا متقابلة في الدائرة يساوي $180°$
3) نفرض $\measuredangle AEB = \alpha$	رمز
4) $\measuredangle ADB = 180 - \alpha$	من (2) و(3)
5) $\measuredangle CDB = \alpha$	من (4) - زاوية مكملة
6) نفرض $\measuredangle ACE = \beta$	رمز – زاوية مشتركة
8) $\Delta ACE \sim \Delta DBC$	حسب نظرية ز.ز. من (6) (5) (7)

(ب) نبرهن انَّه $\Delta BFE \cong \Delta BCD$



ادعاء	دليل
1) الشكل الرباعي $AFBC$ محصور في الدائرة اليسرى	معطى انَّ الرؤوس A,F,B,C تقع على الدائرة
2) $\measuredangle AFB + \measuredangle ACB = 180°$	مجموع زوايا متقابلة في الدائرة يساوي $180°$
3) $\measuredangle ACB = \beta$	من البند السابق
4) $\measuredangle AFB = 180 - \beta$	من (2) و(3)
5) $\measuredangle BFE = \measuredangle DCB = \beta$	من (4) - زاوية مكملة
6) $FE = CD$	معطى
8) $\Delta BFE \cong \Delta BCD$	حسب نظرية ز.ض.ز من (6) (5)

(ج)(1) نبرهن انَّه $AC \cdot BE = AE \cdot BC$



حسب نظرية التشابه:

في المثلثان $\Delta ACE\ ,\Delta BCD$:

$$\frac{AC}{BC} = \frac{AE}{BD}$$

$$\Downarrow$$

$$AC \cdot BD = AE \cdot BC$$

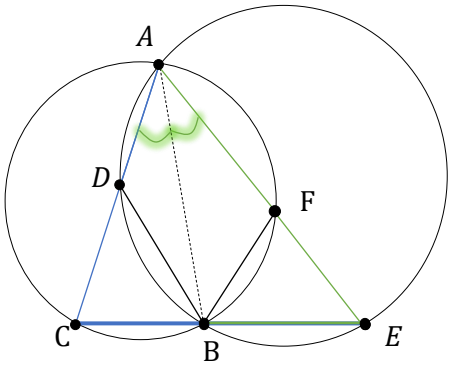
$$\Downarrow$$ نتيجة التطابق البند السابق

$$BD = BE$$

$$\Downarrow$$

$$AC \cdot BE = AE \cdot BC$$

(ج)(2) نبرهن انَّه $\measuredangle CAB = \measuredangle EAB$



نستعمل نظرية التشابه لنثبت التساوي بين الزاويتين:

في المثلثين $\Delta CAB\ ,\Delta EAB$ ←

$$\frac{BC}{BE} = \frac{AC}{AE}$$

$$\Downarrow$$

$$AC \cdot BE = AE \cdot BC$$

$$\Downarrow \qquad \div AE$$

$$\frac{AC \cdot BE}{AE} = BC$$

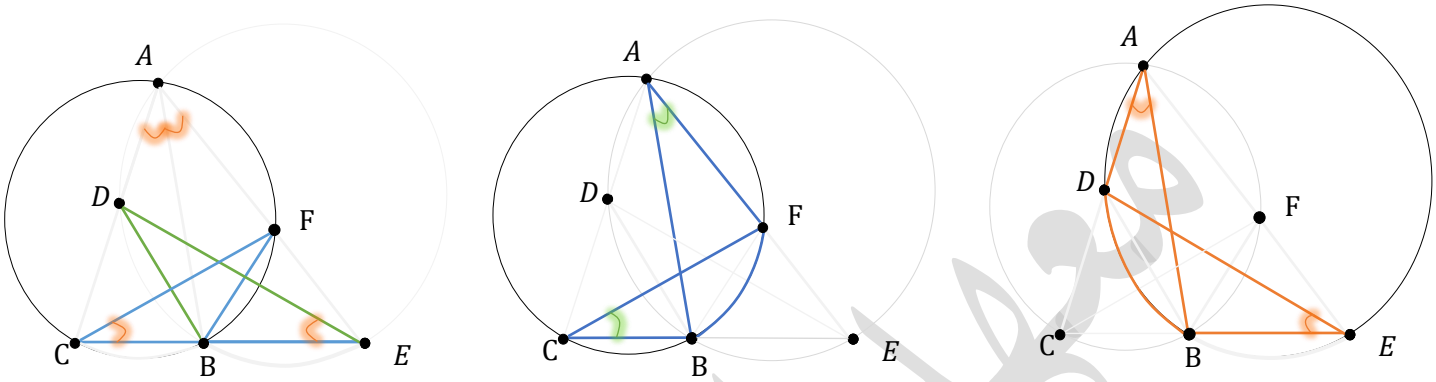
$$\Downarrow \qquad \div BE$$

$$\frac{AC}{AE} = \frac{BC}{BE}$$

$$\Downarrow$$

أثبتنا التناسب لذا ينتج انَّ الزوايا متساوية

(د) نبرهن انَّه $\measuredangle DEC = \measuredangle FCE$



ادعاء	دليل
(1) $\measuredangle DAB = \measuredangle DEB$	مقابلات لنفس القوس
(2) $\measuredangle BAF = \measuredangle BCF$	مقابلات لنفس القوس
(3) $\measuredangle \boldsymbol{CAB} = \measuredangle EAB$	من البند السابق
(4) $\measuredangle \boldsymbol{DEC} = \measuredangle \boldsymbol{FCE}$	بالتعدي من (1) (2) (3)