إيهاب عمر

# هندسة تحليلية صيف 2021 موعد (ب)

## سُؤال 1:

أمامك معادلة القطع المكافئ: $y^2 = 2ax$ ومعادلة الدائرة: $x^2 + y^2 - 2ax - 2x = 0$ . $a$ هو بارامتر أكبر من $0$ .

أ. جد إحداثيّات نقاط تقاطع القطع المكافئ مع الدائرة. عبّر بدلالة $a$ ، إذا دعت الحاجة.

عبر اثنتين من نقاط تقاطع القطع المكافئ مع الدائرة يمرّ مستقيم مَيْلُهُ موجب.

ب. جد معادلة المستقيم. عبّر بدلالة $a$ ، إذا دعت الحاجة.

يمرّرون من مركز الدائرة عمودًا على المستقيم. طول العمود هو $2\sqrt{5}$ .

جـ. (1) عبّر بدلالة $a$ عن مركز الدائرة وعن نصف قطرها.

(2) جد $a$ .

نُعرِّف دائرة جديدة مركزها مطابق لمركز الدائرة المعطاة ونصف قطرها أصغر بـ 2 من نصف قطر الدائرة المعطاة.

د. جد معادلة المحلّ الهندسيّ لجميع النقاط التي طول المماسّ منها إلى الدائرة الجديدة، يساوي بُعد هذه النقاط عن المستقيم $x = -4$ .

**أ)**

$$y^2 = 2ax$$

$$x^2 + y^2 - 2ax - 2x = 0$$

$$\Downarrow \; y^2 = 2ax$$

$$x^2 + 2ax - 2ax - 2x = 0$$

$$\Downarrow$$

$$x^2 - 2x = 0$$

$$\Downarrow$$

$$x \cdot (x - 2) = 0$$

$$\boxed{x = 0} \qquad \boxed{x = 2}$$

$$y^2 = 2ax \longrightarrow y^2 = 2a \cdot 0 \longrightarrow y = 0$$

$$y^2 = 2ax \longrightarrow y^2 = 2a \cdot 2 \longrightarrow y^2 = 4a \longrightarrow y = \pm 2\sqrt{a}$$

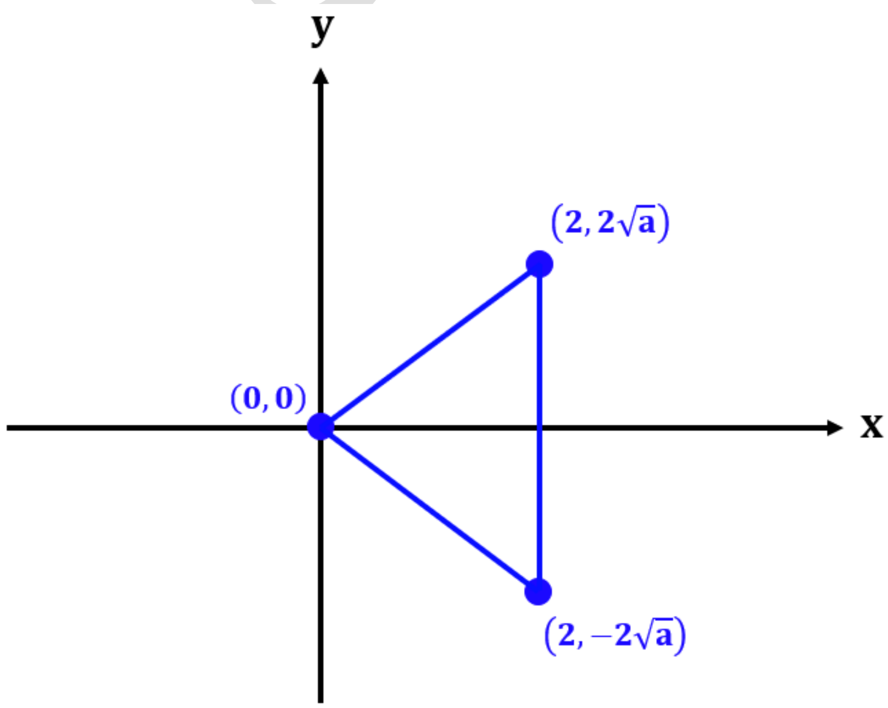
$$\boxed{\begin{array}{c} (0\,,0) \\ (2\,,2\sqrt{a}) \\ (2\,,-2\sqrt{a}) \end{array}}$$



**ب)**

مُعطى : a هُو بارامتر أكبر من 0

<u>نخيِّل شكل النُقاط الثلاث على هيئة المحاور :</u>



كما هُو واضح من خلال الرسم , المستقيم الوحيد صاحب الميل الموجب

هُو المُستقيم المار من النُقطتين $(0,0)$ و $(2,2\sqrt{a})$

<u>نجد ميل المُستقيم :</u>

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{2\sqrt{a}-0}{2-0} = \frac{2\sqrt{a}}{2} = \sqrt{a}$$

✓ المُستقيم يمُر من $(0,0)$ أي أنَّ البارامتر $b$ يُساوي $0$ .

$$\boxed{y = \sqrt{a}\cdot x}$$

**ج) (1)**

مُعادلة الدائرة : $x^2+y^2-2ax-2x=0$

$$x^2-2ax-2x+y^2=0$$

$$\Downarrow$$

$$x^2-2(a+1)\cdot x+y^2=0$$

$$+(a+1)^2 \Downarrow$$

$$x^2-2(a+1)\cdot x+(a+1)^2+y^2=(a+1)^2$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{\left(x-(a+1)\right)^2+y^2=(a+1)^2}$$

مركز الدائرة : $(a+1\,,0)$

نصف قُطر الدائرة : $a+1$

**(2)**

$$d=\left|\frac{Ax_0+By_0+C}{\sqrt{A^2+B^2}}\right| \quad \left(\text{بُعد النُقطة } (x_0,y_0) \text{ عن المُستقيم } Ax+By+C=0\right)$$

$$y=\sqrt{a}\cdot x \quad \longrightarrow \quad \sqrt{a}\cdot x-y=0$$

$$(a+1\,,0)$$

$$d=\left|\frac{\sqrt{a}\cdot(a+1)+(-1)\cdot 0+0}{\sqrt{\left(\sqrt{a}\right)^2+(-1)^2}}\right|=\left|\frac{\sqrt{a}\cdot(a+1)}{\sqrt{a+1}}\right|=\left|\sqrt{a}\cdot\sqrt{a+1}\right|=\left|\sqrt{a^2+a}\right|=\sqrt{a^2+a}$$

طول العامود يُساوي البُعد بين نُقطة مركز الدائرة و المُستقيم

$$\Downarrow$$

$$\sqrt{a^2+a}=2\sqrt{5}$$

$$\Downarrow$$

$$a^2+a=20$$

$$\Downarrow$$

$$a^2+a-20=0$$

$$\Downarrow$$

$$(a+5)\cdot(a-4)=0$$

$$\boxed{a=-5} \qquad \boxed{a=4}$$

مُعطى : a  هُو بارامتر أكبر من 0

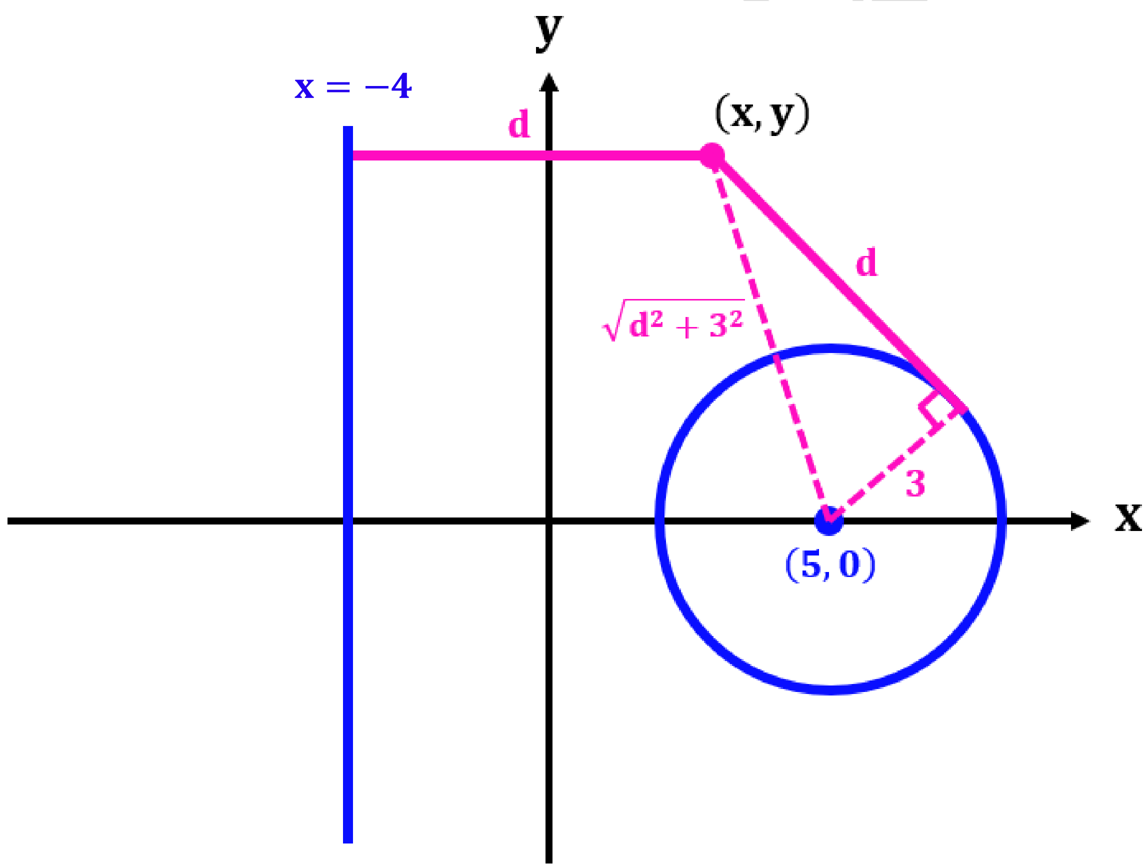
$$\Downarrow$$

$$\boxed{a = 4}$$

د)

مركز الدائرة الجديدة : $(5, 0)$

نصف قُطر الدائرة الجديدة : 3




نجد البُعد بين النُقطة $(x, y)$ والمُستقيم $x = -4$ :

$$x - (-4) = x + 4 \longrightarrow \boxed{d = x + 4} \quad 1$$

نجد البُعد بين النُقطة $(x,y)$ ونُقطة مركز الدائرة الجديدة $(5,0)$ :

2 $\sqrt{d^2+3^2}=\sqrt{(5-x)^2+y^2} \longrightarrow \sqrt{(5-x)^2+(0-y)^2}=\sqrt{(5-x)^2+y^2}$

نُعوّض المُعادلة 1 بالمُعادلة 2 :

$$\sqrt{(x+4)^2+3^2}=\sqrt{(5-x)^2+y^2}$$

$\Downarrow$ تربيع الطرفين

$$(x+4)^2+3^2=(5-x)^2+y^2$$

$$\Downarrow$$

$$x^2+8x+16+9=25-10x+x^2+y^2$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{18x=y^2}$$

قطع مُكافئ (פרבולה)