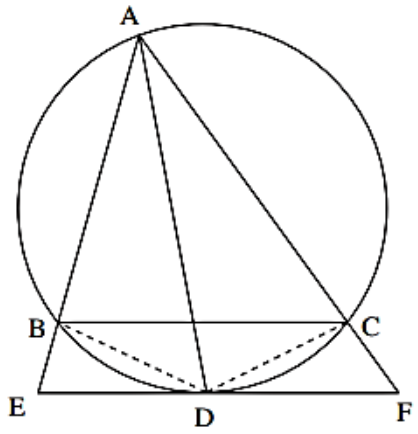
سؤال 4 :

معطى أنّ منصّف الزاوية EAF في المثلث AEF هو AD .

D هي نقطة تماس الضلع EF مع الدائرة التي تقطع الضلعين AE وَ AF في النقطتين B وَ C بالتلاؤم.

تمرّ الدائرة أيضًا عبر الرأس A (انظر الرسم).



برهن أنّ :

أ. $BC \parallel EF$.

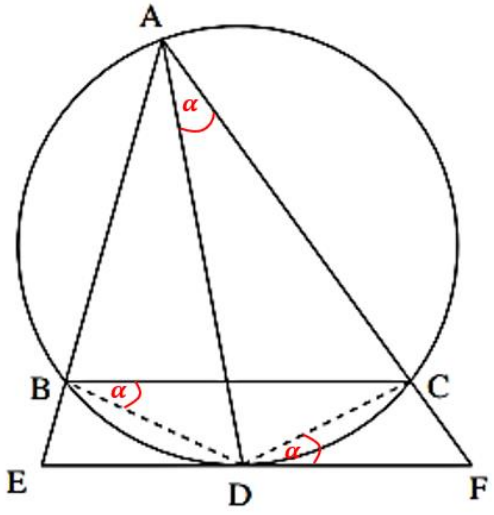
ب. $\triangle ABD \sim \triangle DCF$.

جـ. $AD \cdot BD = DF \cdot AB$.

أ)

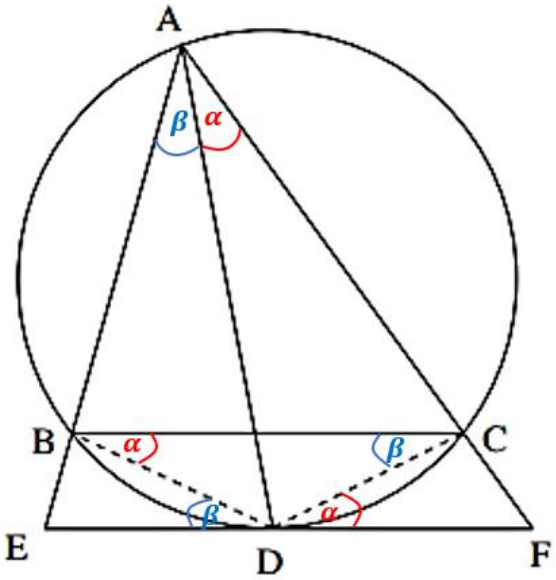
- $\sphericalangle FDC = \sphericalangle DAC$ (الزاوية المحصورة بين المماس والوتر تُساوي الزاوية المُحيطيَّة المُقابلة للوتر)
- $\sphericalangle DBC = \sphericalangle DAC$ (الزوايا المُحيطيَّة المُقابلة لنفس القوس متساوية)

$\Downarrow$



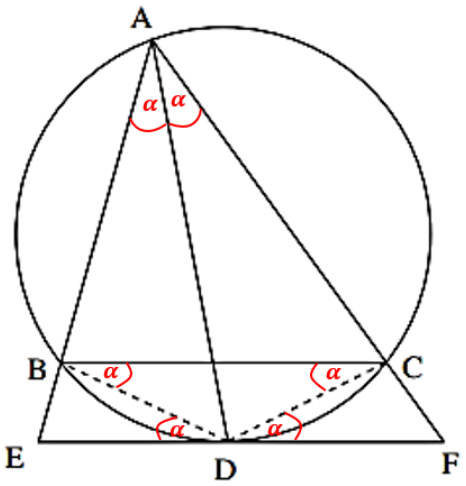
- $\measuredangle EDB = \measuredangle BAD$ (الزاوية المحصورة بين المماس والوتر تُساوي الزاوية المُحيطيَّة المُقابلة للوتر)
- $\measuredangle BAD = \measuredangle BCD$ (الزوايا المُحيطيَّة المُقابلة لنفس القوس متساوية)

$\Downarrow$



مُعطى في السُؤال : $\measuredangle BAD = \measuredangle DAC \iff \alpha = \beta$

$\Downarrow$



- $\measuredangle BCD = \measuredangle CDF \Longleftarrow BC \parallel EF$ (زوايا متبادلة متساوية يعني أنَّ المُستقيمين متوازيين)

ب)

- $\measuredangle BDA = \measuredangle BCA$ (زوايا مُحيطيَّة مُقابلة لنفس القوس هي زوايا متساوية)
- $\measuredangle CFD = \measuredangle BCA$ (زوايا متناظرة)
- ينتُج أنَّ : $\measuredangle BDA = \measuredangle CFD$ **(ز)**
- $\measuredangle BAD = \measuredangle CDF$ بيَّنَّا سابقا **(ز)**
- ينتُج أنَّ : $\Delta ABD \sim \Delta DCF$ (حسب نظريَّة التشابُه ز.ز)

ج)

من نتائج التشابُه : $\frac{AD}{DF} = \frac{AB}{DC}$

$$\Downarrow$$

$$AD \cdot DC = AB \cdot DF$$

$DC = BD$ (الأوتار المُقابلة لزوايا مُحيطيَّة متساوية هي أوتار متساوية)

$$\Downarrow$$

$$AD \cdot BD = AB \cdot DF$$