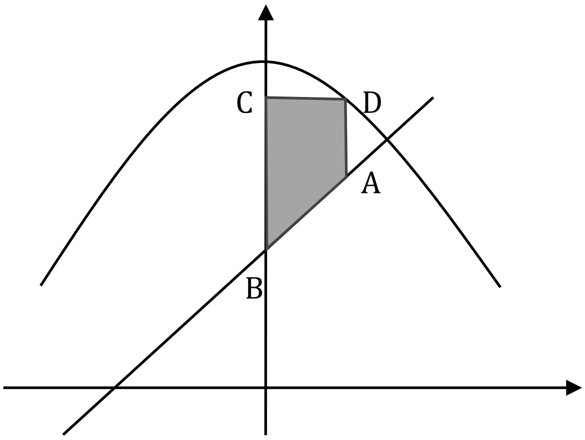
امتحان 6 – قيم قصوى

5) النّقطة A تتواجد بالرّبع الأوّل على المستقيم $y = 6x + 6$ ، النقطة b هي نقطة تقاطع المستقيم مع المحور y . النّقطة D تتواجد على القطع المكافئ الذي معادلته هي $f(x) = -x^2 + 21$ كما هو مبيَّن في الرّسم.



النّقاط B و C تتواجد على المحور y بحيث يتكون

شبه المنحرف قائم الزّاوية $ABCD$.

نرمز لإحداثيّ الـ x للنّقطة A بـ t.

أ. عبروا بدلالة t عن مساحة شبه المنحرف $ABCD$.

ب. احسبوا أكبر مساحة ممكنة لشبه المنحرف $ABCD$.

ج. احسبوا محيط شبه المنحرف $ABCD$ عندما تكون مساحته هي أكبر ما يمكن.

أ. نعبر عن مساحة شبه المنحرف بدلالة t

$$A(t, 6t+6)$$

$$D(t, -t^2+21)$$ نعوض $x = t$ في معادلة القطع المكافئ

$$B(0,6)$$ نقطة تقاطع المستقيم $y = 6x + 6$ مع محور y

$$C(0, -t^2+21)$$ موازية للنقطة D وتقع على محور y

$$AD = -t^2+21-6t-6 = -t^2-6t+15$$

$$CB = -t^2+21-6 = -t^2+15$$

$$h = t$$

$$S_{ABCD} = ((AD+CB)\cdot h)\cdot\frac{1}{2} = (-t^2-6t+15-t^2+15)\cdot t\cdot\frac{1}{2}$$

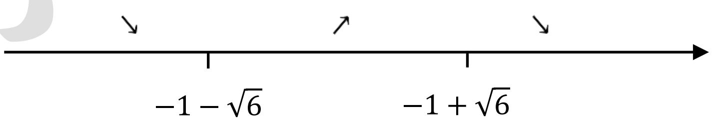
$$= (-2t^2-6t+30)\cdot t\cdot\frac{1}{2} = -t^3-3t^2+15t$$

ب. نحسب اكبر مساحة ممكنة لشبه المنحرف

$$S(x) = -t^3-3t^2+15t$$

$$S'(x) = -3t^2-6t+15 = 0$$

$$t_{1,2} = -1\pm\sqrt{6}$$



$$t = -1+\sqrt{6} \rightarrow max$$

$$S(t)_{\max} = -(-1+\sqrt{6})^3 - 3(-1+\sqrt{6})^2 + 15(-1+\sqrt{6})$$

$$S(t)_{\max} = 12.39$$

ج. نجد محيط شبه المنحرف عندما تكون المساحة اكبر ما يمكن

$$AD = -t^2 - 6t + 15 = 4.2$$

$$BC = -t^2 + 15 = 12.89$$

$$CD = t = -1 + \sqrt{6}$$

$$AB = d_{AB} = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2}$$

$$A(-1 + \sqrt{6}, 6\sqrt{6})$$

$$AB = \sqrt{\left(-1 + \sqrt{6} - 0\right)^2 + \left(6\sqrt{6} - 6\right)^2} = 8.816$$

$$P = 4.2 + 12.89 - 1 + \sqrt{6} + 8.816 = 27.35$$