# بحث دوال أسيّة – 2016 شتاء

4) معطاة الدالّة $f(x)=\frac{e^{-x}}{x^2-3}$ .

أ. (1) جد مجال تعريف الدالّة.

(2) جد خطوط تقارب الدالّة، المعامدة للمحور x .

(3) جد نقاط تقاطع الرسم البيانيّ للدالّة مع المحورين (إذا وُجدت مثل هذه النقاط).

(4) جد إحداثيّات النقاط القصوى للدالّة، وحدّد نوع هذه النقاط.

(5) جد مجالات تصاعد ومجالات تنازل الدالّة.

ب. ارسم رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا للدالّة.

جـ. معطى أنّ الدالّة $g(x)$ تحقّق: $g'(x)=f(x)$ .

جد مجالات تصاعد الدالّة $g(x)$ .

(الدالّتان $g(x)$ وَ $g'(x)$ معرّفتان في نفس المجال.)

(أ)(1) نجد مجال تعريف الدالة

$$x^2-3\neq 0$$

$$\Downarrow$$

$$x^2\neq 3$$

$$\Downarrow$$

$$x\neq\pm\sqrt{3}$$

الجواب النهائي

## نجد خطوط التقارب المعامدة للمحور x (2)

$$x^2 - 3 = 0$$

$$x^2 = 3$$

$\sqrt{x}$

$$x = \pm\sqrt{3}$$

الجواب النهائي

## نجد نقاط تقاطع الدالة مع المحاور (3)

**التقاطع مع محور $x$:**

$$f(x) = 0$$

$$\frac{e^{-x}}{x^2-3} = 0$$

$$e^{-x} = 0$$

لا يوجد حل

الجواب النهائي

**التقاطع مع محور $y$:**

$$f(0) = \frac{e^0}{0-3}$$

$$f(0) = -\frac{1}{3}$$

$\left(0, \frac{1}{3}\right)$

الجواب النهائي

معهد إيهاب عمر

## نجد النقاط القصوى للدالة (4)

$$f'(x)=\frac{(e^{-x})'(x^2-3)-e^{-x}(x^2-3)'}{(x^2-3)^2}$$

$$f'(x)=\frac{-e^{-x}(x^2-3)-e^{-x}\cdot 2x}{(x^2-3)^2}$$

$$f'(x)=\frac{-x^2e^{-x}+3e^{-x}-2xe^{-x}}{(x^2-3)^2}$$

$$0=\frac{-x^2e^{-x}+3e^{-x}-2xe^{-x}}{(x^2-3)^2} \qquad /\cdot (x^2-3)^2$$

$$0=-x^2e^{-x}+3e^{-x}-2xe^{-x}$$

$$e^{-x}(-x^2+3-2x)=0$$

$$e^{-x}=0$$

لا يوجد حل

$$-x^2+3-2x=0$$

$$x_1=1$$

$$x_2=-3$$

| x | $-4$ | $-3$ | $-2$ | $-\sqrt{3}$ | 0 | 1 | 1.5 | $\sqrt{3}$ | 2 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| f'(x) | $-$ | 0 | $+$ | مجال غير معرف | $+$ | 0 | $-$ | مجال غير معرف | $-$ |
| f(x) | ↘ | $min$ | ↗ | | ↗ | $max$ | ↘ | | ↘ |

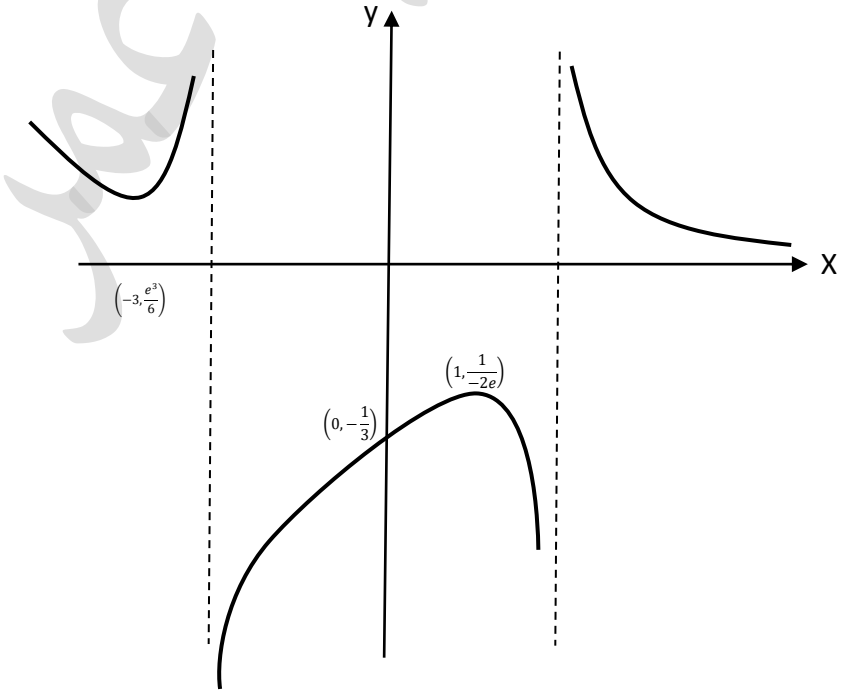
نعوض احداثيات x التي وجدناها بالدالة الاصلية

$$\Downarrow$$

$$\left(-3,\frac{e^3}{6}\right)min$$

$$\left(1,\frac{1}{-2e}\right)max$$

## رسم بياني للدالة $f(X)$ (4)



## (ج) نجد مجالات تصاعد الدالة $g(x)$

معطى $g'(x) = f(x)$:

$$g'(x) = \frac{e^{-x}}{x^2 - 3}$$

نجد مجالات تصاعد وتنازل$g(x)$:

$$0 = \frac{e^{-x}}{x^2 - 3}$$

$\cdot (x^2 - 3)$

$$0 = e^{-x}$$

لا يوجد حل

| x | $-2$ | $-\sqrt{3}$ | $0$ | $\sqrt{3}$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| f'(x) | $+$ | | $-$ | | $-$ |
| f(x) | ↗ | | ↘ | | ↘ |

$x < -\sqrt{3}\ ,\ x > \sqrt{3}$

الجواب النهائي