إيهاب عمر

بحث دالة نسبية صيف موعد ب 2021

سؤال 6:

معطاة الدالّة $f(x)=\frac{a}{6x^2-x^3}$. $a>0$ هو بارامتر.

أ. **(1)** جد مجال تعريف الدالّة $f(x)$.

(2) اكتب معادلات خطوط التقارب المعامدة للمحورين، للدالّة $f(x)$.

ب. جد الإحداثيّ x للنقطة القصوى للدالّة $f(x)$ ، وحدّد نوع هذه النقطة.

جـ. جد مجالات تصاعد وتنازل الدالّة $f(x)$.

معطى أنّ: الإحداثيّ y للنقطة القصوى للدالّة هو $\frac{1}{4}$.

د. جد a .

هـ. **(1)** ارسم رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا للدالّة $f(x)$.

(2) ارسم رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا لدالّة المشتقّة، $f'(x)$.

و. احسب المساحة المحصورة بين الرسم البيانيّ لدالّة المشتقّة $f'(x)$ والمحور x والمستقيم

أ) (1)

$$f(x)=\frac{a}{6x^2-x^3}$$

الدالة المعطاة هي دالة نسبية, اذن المقام غير معرف اذا كان يساوي صفر, نطلب (المقام ≠ 0).

$$6x^2-x^3\neq 0$$
$$\Updownarrow$$
$$x^2(6-x)\neq 0$$
$$\Updownarrow$$
$$x\neq 0,6$$

(2) نجد خطوط التقارب العامودية, نعوض $x=6$ و $x=0$ في الدالة, (انتبه $a>0$):

المقام يساوي صفر والبسط ليس صفر

$$f(6)=\frac{a}{6(6)^2-(6)^3}="\frac{a}{0}"$$

$$f(0)=\frac{a}{6(0)^2-(0)^3}="\frac{a}{0}"$$

$\Rightarrow$ $x=6$ و $x=0$ هما محاذيتان عاموديتان.

نجد خطوط التقارب الافقية:

قوة البسط اقل من المقام, ينتج **المحاذية الافقية** هي :

$$y = 0$$

ب)

نجد $f'(x)$:

المشتقة الداخلية ل $(6x^2 - x^3)$

لا تنس الناقص

$$f'(x) = \frac{-a(12x - 3x^2)}{(6x^2 - x^3)^2}$$

نطلب ان $f'(x) = 0$:

$$f'(x) = 0 \longrightarrow -\frac{a(12x-3x^2)}{(6x^2-x^3)^2} = 0 \longrightarrow a(12x - 3x^2) = 0$$

$$\longrightarrow 12x - 3x^2 = 0 \longrightarrow x(12 - 3x) = 0$$

$$\longrightarrow \cancel{x = 0} \quad x = 4$$

خارج مجال التعريف

نرسم الجدول لإيجاد تصاعد/ تنازل الدالة والنقاط الجرجة:

	$x=-1$ ↓		$x=1$ ↓		$x=5$ ↓		$x=7$ ↓
X		0		4		6	
f′(x)	+		−	0	+		+
$f(x)$	↗		↘	min	↗		↗

$$\begin{cases} f'(-1) = -\frac{-a(12(-1)-3(-1)^2)}{(6(-1)^2-(-1)^3)^2} \rightarrow (+) \\ f'(1) = \frac{-a(12(1)-3(1)^2)}{(6(1)^2-(1)^3)^2} \rightarrow (-) \\ f'(5) = \frac{-a(12(5)-3(5)^2)}{(6(5)^2-(5)^3)^2} \rightarrow (+) \\ f'(7) = \frac{-a(12(7)-3(7)^2)}{(6(7)^2-(7)^3)^2} \rightarrow (+) \end{cases}$$

حسب الجدول النقطة هي min

نجد احداثي y, نعوض $(x = 4)$ في الدالة الاصلية:

$$f(4) = \frac{a}{6(4)^2 - (4)^3} = \frac{a}{32}$$

$$=> f(4) = \frac{a}{32}$$

النقطة $(4, \frac{a}{32})$ هي min

ج) حسب الجدول في البند السابق:

*الدالة تصاعدية في:

$x < 0$ او $x > 6$ او $4 < x < 6$

*الدالة تنازلية في:

$0 < x < 4$

معهد ايهاب عمر

د)

في بند (ب) وجدنا النقطة القصوى بدلالة a وكان يساوي $\frac{a}{32}$. الان معطى ايضا ان احداثي y لهذه النقطة هو $\frac{1}{4}$.

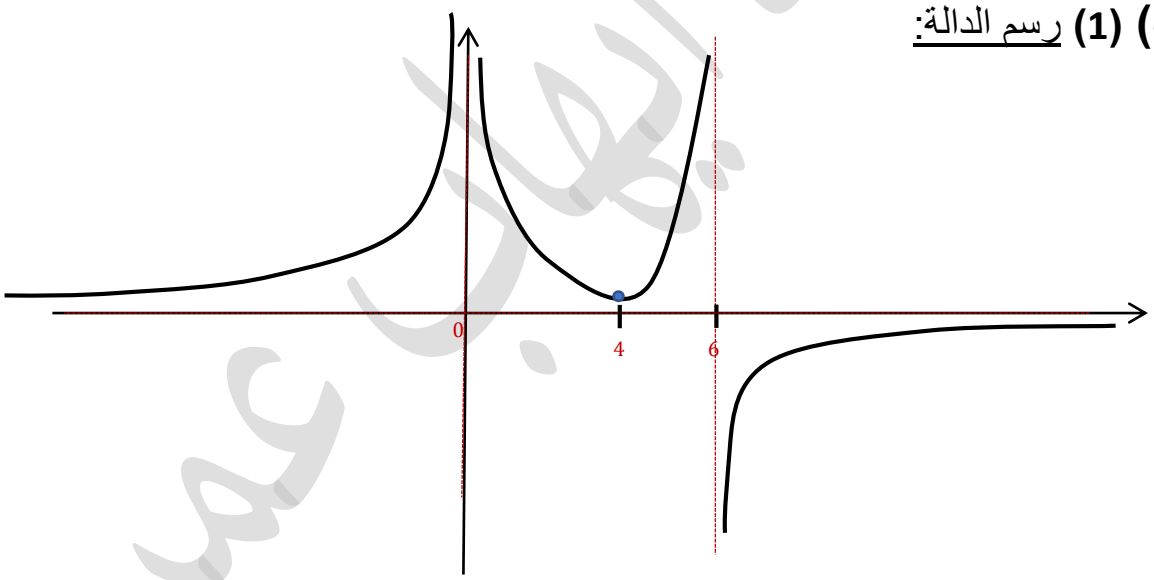
$$\frac{a}{32} = \frac{1}{4}$$

$$a = 8$$

نعوض $a = 8$ في الدالة الاصلية ونكمل الحل:

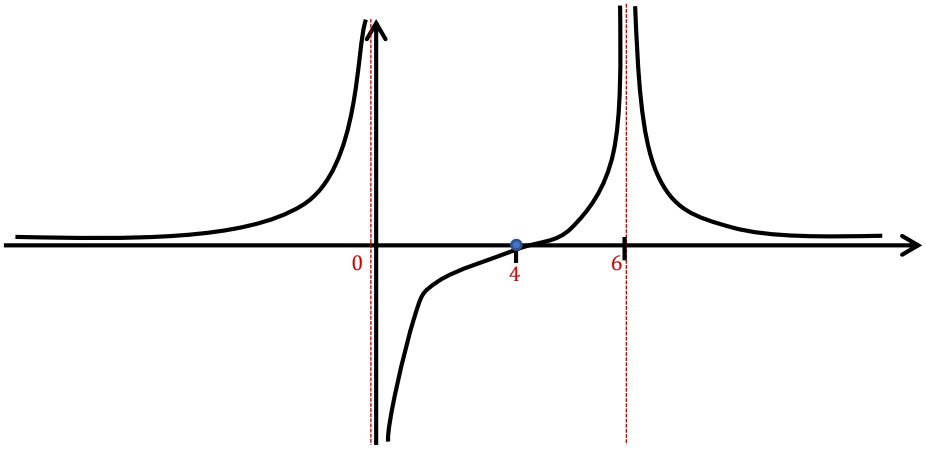
$$f(x) = \frac{8}{6x^2 - x^3}$$

ه) (1) رسم الدالة:



(2)

* الدالة تنازلية في المجال $\Leftarrow$ رسم المشتقة تحت محور x.
* الدالة تصاعدية في المجال $\Leftarrow$ رسم المشتقة فوق محور x.
* النقاط القصوى في الدالة هي نقاط تقاطع المشتقة مع محور x.



و)

نلاحظ ان المساحة المطلوبة تحت محور x, ويحدها من الاعلى محور x اذن نضع علامة الناقص:

$$S = \int_2^4 -f'(x)\,dx = -f(x)\Big|_2^4 = -\big(f(4) - f(2)\big)$$

$f(4) = 0.25$

$f(2) = 0.5$

$=> S = -\big((0.25) - (0.5)\big) = 0.25$

$\Longrightarrow$ $S = 0.25$

معهد ايهاب عمر