מדינת ישראל
משרד החינוך

دولة إسرائيل
وزارة التّربية والتّعليم

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: **חורף נבצרים**, תשפ"ב, 2022
מספר השאלון: **035581**
נספח: דפי נוסחאות ל־5 יח"ל
תרגום לערבית (2)

نوع الامتحان: بجروت
موعد الامتحان: **شتاء للمتعذّر عليهم**، 2022
رقم النّموذج: **035581**
ملحق: لوائح قوانين لِـ 5 وحدات تعليميّة
ترجمة إلى العربيّة (2)

انتبه: في هذا الامتحان توجد تعليمات خاصّة.
يجب الإجابة عن الأسئلة حسب التّعليمات.

מתמטיקה
5 יחידות לימוד — שאלון ראשון
הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:

בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.
פרק ראשון: אלגברה והסתברות
פרק שני: גאומטריה וטריגונומטריה במישור
פרק שלישי: חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות
עליך לענות על חמש שאלות לבחירתך —
20×5 = 100 נק'

ג. חומר עזר מותר בשימוש:
1. מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
2. דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:
1. אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
2. התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

الرياضيّات
5 وحدات تعليميّة – النّموذج الأوّل
تعليمات للممتحَن

أ. مدّة الامتحان: ثلاث ساعات ونصف.

ب. مبنى النّموذج وتوزيع الدّرجات:
في هذا النّموذج ثلاثة فصول، فيها ثمانية أسئلة.
الفصل الأوّل: الجبر والاحتمال
الفصل الثّاني: الهندسة وحساب المثلّثات في المستوى
الفصل الثّالث: حساب التّفاضل والتكامل للبولينومات ولدوالّ الجذر وللدوالّ النسبيّة وللدوالّ المثلّثيّة
عليك الإجابة عن خمسة أسئلة حسب اختيارك.
20×5 = 100 درجة

جـ. موادّ مساعدة يُسمح استعمالها:
1. حاسبة غير بيانيّة. لا يُسمح استعمال إمكانيّات البرمجة في الحاسبة التي توجد فيها إمكانيّة برمجة. استعمال الحاسبة البيانيّة أو إمكانيّات البرمجة في الحاسبة قد يؤدّي إلى إلغاء الامتحان.
2. لوائح قوانين (مرفقة).

د. تعليمات خاصّة:
1. لا تنسخ السّؤال؛ اكتب رقمه فقط.
2. ابدأ كلّ سؤال في صفحة جديدة. اكتب في الدّفتر مراحل الحلّ، حتّى إذا أجريتَ حساباتك بواسطة حاسبة.
فسّر كلّ خطواتك، بما في ذلك الحسابات، بالتّفصيل وبوضوح وبترتيب.
عدم التّفصيل قد يؤدّي إلى خصم درجات أو إلى إلغاء الامتحان.

اكتب في دفتر الامتحان فقط. اكتب "مسوّدة" في بداية كلّ صفحة تستعملها مسوّدة.
كتابة أيّة مسوّدة على أوراق خارج دفتر الامتحان قد تسبّب إلغاء الامتحان.

التّعليمات في هذا النّموذج مكتوبة بصيغة المذكّر وموجّهة للممتحَنات وللممتحَنين على حدّ سواء.

ב ה צ ל ח ה! **نتمنّى لك النّجاح!**

الأسئلة

انتبه! فسّر كلّ خطواتك، بما في ذلك الحسابات، بالتفصيل وبوضوح.
عدم التفصيل قد يؤدّي إلى خصم درجات أو إلى إلغاء الامتحان.

أجب عن خمسة من الأسئلة 1-8 (لكلّ سؤال – 20 درجة).
انتبه! إذا أجبتَ عن أكثر من خمسة أسئلة، تُفحص فقط الإجابات الخمس الأولى التي في دفترك.

الفصل الأوّل: الجبر والاحتمال

1. بين منزل تالا ويوسف وبين منزل داوود يوجد سبيل للدرّاجات الهوائيّة.
على طول سبيل الدرّاجات، بين المنزلين، توجد قاعة تمرينات رياضيّة. البُعد بين قاعة التمرينات وبين منزل تالا ويوسف هو 24 كم.
خرجت تالا من المنزل في الساعة 6:00، وسافرت على الدرّاجة بسرعة ثابتة باتّجاه منزل داوود.
في الساعة 7:00، خرج يوسف أيضًا من المنزل وسافر على درّاجته باتّجاه منزل داوود بسرعة أعلى بـ 5 كم/الساعة من سرعة سفر تالا.
في الساعة 7:30، خرج داوود من قاعة التمرينات وسافر على درّاجته بسرعة ثابتة باتّجاه منزله.
تالا ويوسف وداوود، سافر جميعهم على درّاجاتهم في نفس سبيل الدرّاجات.
تالا أدركت داوود وتَجاوَزَتْهُ في الساعة 8:00.
وصل يوسف وداوود كلاهما إلى منزل داوود في الساعة 9:15.

أ. جد سرعة كلّ واحد من ثلاثة راكبي الدرّاجات الهوائيّة.

ب. كم كان البُعد بين يوسف وداوود عندما وصلت تالا إلى منزل داوود؟

/ يتبع في صفحة 3 /

2. معطاة متوالية هندسيّة A حدودها هي ... , a_3 , a_2 , a_1 وأساسها هو q . جميع حدود المتوالية A لا تساوي صفرًا.

أ. هل المتوالية ... , $\frac{1}{a_3}$, $\frac{1}{a_2}$, $\frac{1}{a_1}$ هي متوالية هندسيّة؟ برهن إجابتك.

ب. **(1)** نرمز بِـ S_n إلى مجموع n الحدود الأولى في المتوالية A (n هو طبيعيّ).

برهن أنّه لكلّ n يتحقّق: $\frac{S_n}{a_1 \cdot a_n} = \frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} + ... + \frac{1}{a_n}$

(2) معطى أنّ: $a_1 = 1$, $q = 3$.

مجموع n الحدود الأولى في المتوالية A هو 6561 ضعف المجموع: $\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} + ... + \frac{1}{a_n}$.

جد n .

المتوالية B تنتج من المتوالية A بواسطة قَلْب إشارات الحدود الواقعة في الأماكن الزوجيّة في المتوالية A .

حدود المتوالية B هي ... , b_3 , b_2 , b_1 .

نرمز بِـ T_m إلى مجموع m الحدود الأولى في المتوالية B . معطى أنّ m هو عدد طبيعيّ فرديّ.

جـ. معطاة المعادلة: $\frac{T_m}{b_1 \cdot b_m} = \frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} - ... + \frac{1}{a_m}$

حدّد إذا كانت المعادلة المعطاة صحيحة. برهن إجابتك.

/ يتبع في صفحة 4 /

3. من أجل القبول للتعلّم في كلّيّة معيّنة يجب اجتياز امتحان قبول.
جميع الأسئلة في الامتحان هي من مجمّع أسئلة فيه n أسئلة مختلفة. المجمّع في متناول الممتحَنين وبإمكانهم الاستعداد بواسطته للامتحان. في يوم الامتحان، يُخرِج كلّ ممتحَن، بشكل عشوائيّ، من داخل علبة مليئة بالبطاقات، ثلاث بطاقات، الواحدة تلو الأخرى، بدون إعادة. في كلّ واحدة من البطاقات مكتوب سؤال واحد من مجمّع الأسئلة. عدد البطاقات التي في العلبة مساوٍ لعدد الأسئلة التي في مجمّع الأسئلة، وفي كلّ بطاقة مكتوب سؤال مختلف. بعد أن يُخرِج الممتحَن ثلاث بطاقات من العلبة ويقرأ ثلاثة الأسئلة، يُعيد البطاقات الثلاث إلى العلبة.
يُقبَل الممتحَن للكلّيّة إذا أجاب صحيحًا على الأقلّ عن سؤالين من ثلاثة الأسئلة التي في البطاقات التي أخرجها.
استعدّ نادر للامتحان بواسطة مجمّع الأسئلة. نجح نادر في الإجابة صحيحًا عن 20 سؤالًا من بين n الأسئلة التي في المجمّع، ولم ينجح في الإجابة صحيحًا عن بقيّة الأسئلة.
معلوم أنّ الاحتمال بأن ينجح نادر في الإجابة صحيحًا عن سؤال واحد على الأقلّ من بين السؤالين اللذين في البطاقتين الأوليين اللتين أخرجهما هو $\frac{34}{69}$.

أ. **(1)** جد n.

(2) ما هو احتمال قبول نادر للكلّيّة؟

ب. إذا كان معلومًا أنّ نادر قُبِل للكلّيّة، ما هو الاحتمال بأن لا يكون قد أجاب صحيحًا عن السؤال الذي في البطاقة الأولى التي أخرجها؟

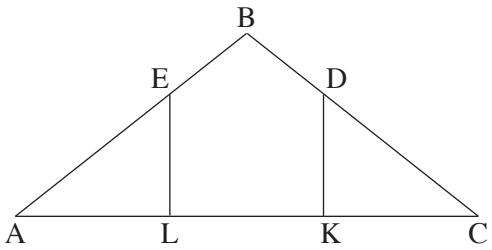
استعدّ رامي أيضًا للامتحان بواسطة مجمّع الأسئلة. نجح رامي في الإجابة صحيحًا عن 40 سؤالًا من بين n الأسئلة التي في مجمّع الأسئلة، ولم ينجح في الإجابة صحيحًا عن بقيّة الأسئلة.

جـ. هل الاحتمال بأن يجيب رامي عن جميع الأسئلة الثلاثة التي في البطاقات التي أخرجها بشكل عشوائيّ هو ضعف الاحتمال بأن يجيب نادر صحيحًا عن جميع الأسئلة الثلاثة التي في البطاقات التي أخرجها بشكل عشوائيّ؟ علّل إجابتك.

/ يتبع في صفحة 5 /

الفصل الثاني: الهندسة وحساب المثلّثات في المستوى

4. الرسم الذي أمامك يصف مثلّثًا متساوي الساقين ABC ، $BA = BC$.
من النقطة D التي تقع على الساق BC أنزلوا عمودًا على القاعدة، يقطعها في النقطة K .
من النقطة E التي تقع على الساق BA أنزلوا عمودًا على القاعدة، يقطعها في النقطة L .
معطى أنّ: $AL = LK = KC$.



أ. احسب $\frac{BD}{DC}$.

القطعتان DL وَ EK تلتقيان في النقطة G .

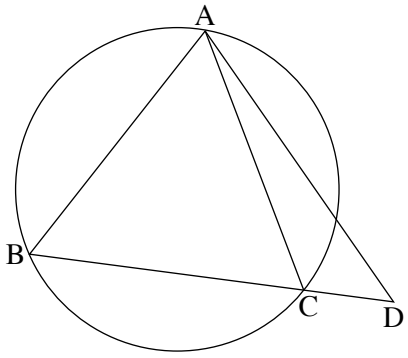
ب. برهن أنّ الشكل الرباعيّ BDGE هو دالتون.

معطى أنّ: $AC = 45$.
محيط الشكل الرباعيّ EDKL هو 54 .

جـ. احسب طول القطعة BG .

د. هل توجد نقطة F تقع على المستقيم BG يكون بالنسبة لها الشكل الرباعيّ BDFE قابلًا للحصر في دائرة؟ علّل إجابتك.

5. الرسم الذي أمامك يصف مثلّثًا متساوي الساقين ABC ، $AB = AC$ ،
محصورًا في دائرة نصف قطرها R .
مدّوا القاعدة BC حتّى النقطة D ومرّروا مستقيمًا من النقطة D
إلى النقطة A .
معطى أنّ: $\sphericalangle CAD = \alpha$ ، $\sphericalangle BAC = 2\alpha$.



أ. برهن أنّ نصف قطر الدائرة التي تحصر المثلّث ABD
يساوي نصف قطر الدائرة التي تحصر المثلّث ACD .

ب. عبّر عن مساحة المثلّث ACD بدلالة R وَ α .

نرمز بـ m إلى النسبة بين مساحة المثلّث ACD ومساحة المثلّث ABC .

جـ. (1) هل يمكن أن يكون $m = 0.5$ ؟ علّل إجابتك.

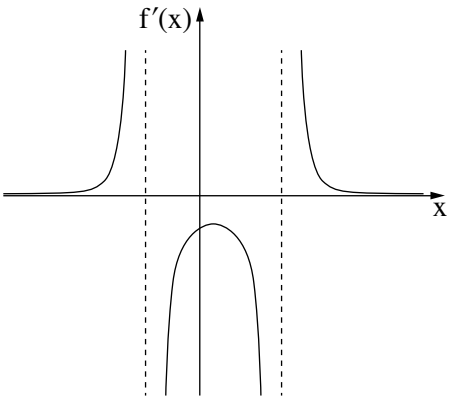
(2) معطى أنّ $m = 0.6$. جد مقادير زوايا المثلّث ABC .

للتنويه: في ملف الامتحان المترجم للغة العربية، وضعت وزارة التربية والتعليم صورة رسم هندسي خاطئ لهذا السؤال (في ملف الامتحان الأصلي). تم تعديل الرسم الهندسي ووضع الرسم الصحيح.

/ يتبع في صفحة 6 /

الفصل الثالث: حساب التفاضل والتكامل للبولينومات ولدوالّ الجذر وللدوالّ النسبيّة وللدوالّ المثلّثيّة

6. معطاة الدالّة $f(x)$ المعرّفة في المجال $x < b$ ، $b < x < c$ ، $c < x$ والقابلة للاشتقاق في كلّ مجال تعريفها.



الرسم الذي أمامك يصف الرسم البيانيّ لدالّة المشتقّة $f'(x)$.

توجد لدالّة المشتقّة $f'(x)$ نقطة قصوى واحدة فقط وثلاثة خطوط تقارب معامدة للمحورين: $y = 0$ ، $x = b$ ، $x = c$.

الإحداثيّ x للنقطة القصوى لدالّة المشتقّة $f'(x)$ هو a.

a وَ b وَ c هي پارامترات.

أ. عبّر عن إجاباتك بدلالة a وَ b وَ c، إذا دعت الحاجة.

(1) جد مجالات تصاعد وتنازل الدالّة $f(x)$.

(2) جد مجالات التقعّر باتّجاه الأعلى ($\cup$) ومجالات التقعّر باتّجاه الأسفل ($\cap$) للدالّة $f(x)$.

معطى أنّ الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ يمرّ في النقطة $(a, 0)$.

ب. ارسم رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا ممكنًا للدالّة $f(x)$.

معطى أيضًا أنّ $f(x) = \frac{18 - 36x}{(x^2 - x - 6)^2}$.

جـ. جد a وَ b وَ c.

د. **(1)** بيّن أنّه في المجال $b < x < c$ يتحقّق: $f'(x) \cdot (f(x))^2 \le 0$.

(2) احسب المساحة المحصورة بين الرسم البيانيّ للدالّة $f'(x) \cdot (f(x))^2$ والمحور x والمستقيمين $x = 0$ وَ $x = 2a$.

/ يتبع في صفحة 7 /

7. معطاة الدالّة $f(x)=\tan(x)+\frac{1}{x}$.

أجب عن البندين "أ – ب" بالنسبة للمجال $0 \le x \le \frac{3\pi}{2}$.

أ. **(1)** جد مجال تعريف الدالّة $f(x)$.

(2) جد معادلات خطوط التقارب المعامدة للمحور x ، للدالّة $f(x)$.

الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ يقطع المحور x في المجال المعطى، في نقطة واحدة فقط التي إحداثيّاتها $(2.798\ ,\ 0)$ بالتقريب.

ب. جد مجالات موجبيّة ومجالات سالبيّة الدالّة $f(x)$.

معطاة أيضًا الدالّة $g(x)=\frac{\cos(x)}{x}$ ، المعرّفة لكلّ $x \neq 0$.

جـ. هل الدالّة $g(x)$ هي زوجيّة أم فرديّة أم ليست زوجيّة وليست فرديّة؟ برهن إجابتك.

د. **(1)** بيّن أنّه في المجال $0 \le x \le \frac{3\pi}{2}$ ، الإحداثيّ x لإحدى النقاط القصوى للدالّة $g(x)$ يساوي الإحداثيّ x لنقطة تقاطع الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ مع المحور x ، وحدّد نوع هذه النقطة القصوى.

(2) ارسم رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا للدالّة $g(x)$ في المجال $-\frac{3\pi}{2} \le x \le \frac{3\pi}{2}$.

8. يقطعون خيطًا طوله k إلى قسمين.
يكوّنون من أحد قسمَي الخيط مثلّثًا متساوي الأضلاع، ويكوّنون من القسم الآخر دائرة.
نرمز بـ x إلى طول ضلع المثلّث.

أ. عبّر بدلالة k عن مجال تعريف x .

ب. عبّر بدلالة k عن طول ضلع المثلّث، الذي بالنسبة له يكون مجموع مساحتَي الشكلين أصغر ما يمكن.

جـ. بيّن أنّه عندما يكون مجموع مساحتَي الشكلين أصغر ما يمكن، لا يمكن حَصْرُ المثلّث الذي نتج في الدائرة التي نتجت.

ב ה צ ל ח ה!
نتمنّى لك النّجاح!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל.
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך.
حقوق الطّبع محفوظة لدولة إسرائيل.
النّسخ أو النّشر ممنوعان إلّا بإذن من وزارة التّربية والتّعليم.