احتمال صيف 2012 – موعد (ب)

سؤال 3:

أُجري استطلاع للرأي بين عدد كبير من الطلّاب الجامعيّين (أولاد وبنات).

نصف الطلّاب الجامعيّين الذين اشتركوا في الاستطلاع كانوا أولادًا.

وُجد في الاستطلاع أنّ عدد البنات اللواتي يعانين من الضجّة هو 3 أضعاف عدد الأولاد الذين يعانون من الضجّة.

وُجد أيضًا أنّ 5% من الأولاد يعانون من الضجّة.

أ. معلوم أنّ أحد المشتركين في الاستطلاع، الذي اختير عشوائيًّا، يعاني من الضجّة.

ما هو الاحتمال بأن يكون المشترك الذي اختير هو بنت؟

ب. اختاروا عشوائيًّا 5 طلّاب جامعيّين من المشتركين في الاستطلاع.

معلوم أنّه على الأكثر 2 من 5 الطلّاب الجامعيّين الذين اختيروا عشوائيًّا، يعانيان من الضجّة.

ما هو الاحتمال بأن يكون واحد منهم بالضبط يعاني من الضجّة؟

أ)

	أولاد	بنات	
يُعانون من الضجّة	$0.05 \cdot 0.5$	$3 \cdot 0.05 \cdot 0.5$	
لا يُعانون من الضجّة			
	0.5		1

مُعطى: نصف الطُلّاب الجامعيّين الذين اشتركوا بالاستطلاع كانوا أولاد

مُعطى: عدد البنات اللواتي يُعانين من الضجّة هو 3 أضعاف عدد الأولاد الذين يُعانون من الضجّة

مُعطى: 5% من الأولاد يُعانون من الضجّة

إيهاب عمر

⇓

	أولاد	بنات	
يُعانون من الضجّة	0.025	0.075	0.1
لا يُعانون من الضجَّة	0.475	0.425	0.9
	0.5	0.5	1

$$P(\text{بنت/يُعانون من الضجة}) = \frac{P(\text{بنات يُعانون من الضجَّة})}{P(\text{يُعانون من الضجَّة})} = \frac{0.075}{0.1} = 0.75$$

⇓

$\boxed{0.75}$

ب)

$$P(\text{1 يُعاني من الضجَّة/2 على الأكثر يُعانون من الضجَّة}) = \frac{P(\text{2 على الأكثر يُعانون من الضجَّة} \cap \text{1 يُعاني من الضجَّة})}{P(\text{2 على الأكثر يُعانون من الضجَّة})}$$

$$= \frac{P(\text{1 يُعاني من الضجَّة})}{P(\text{2 على الأكثر يُعانون من الضجَّة})} = \frac{P(\text{1 يُعاني من الضجَّة})}{P(\text{2 يُعاني من الضجَّة}) + P(\text{1 يُعاني من الضجَّة}) + P(\text{0 يُعاني من الضجَّة})}$$

$$= \frac{0.1^1 \cdot 0.9^4 \cdot \binom{5}{1}}{0.1^2 \cdot 0.9^3 \cdot \binom{5}{2} + 0.1^1 \cdot 0.9^4 \cdot \binom{5}{1} + 0.1^0 \cdot 0.9^5 \cdot \binom{5}{0}} = \frac{45}{136}$$

⇓

$\boxed{\frac{45}{136}}$

في الفرع (ب) استعملنا قانون برنولي :

قانون برنولي - احتمال حُصول k نجاحات من n مُحاولات عندما يكون احتمال النجاح يُساوي p

$$P_n(k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

معهد إيهاب عمر