

## صيف ب 2026 – تزايد تناقص

3. تعيش بطاريق في المنطقة A. منذ مطلع سنة 2000 ، عدد البطاريق في هذه المنطقة يتضاءل في كل سنة بنسبة مئوية ثابتة .  
أ. هل الفرق بين عدد البطاريق في مطلع سنة 2000 وبين عددها في مطلع سنة 2001 مُساوٍ للفرق بين عدد البطاريق في مطلع سنة 2001 وبين عددها في مطلع سنة 2002 ؟ علّلوا إجابتكم .
- في مطلع سنة 2000 ، كان 198,000 بطريق في المنطقة A . عدد البطاريق في هذه المنطقة يتضاءل بـ 5% في كل سنة .  
في المنطقة B أيضاً تعيش بطاريق . عدد البطاريق في هذه المنطقة يتضاءل في كل سنة بنسبة مئوية ثابتة .  
في مطلع سنة 2000 ، كان 245,000 بطريق في المنطقة B .  
في مطلع سنة 2010 ، كان عدد البطاريق في المنطقة A مساوياً لعدد البطاريق في المنطقة B .  
ب. جدوا النسبة المئوية التي يتضاءل بها عدد البطاريق في المنطقة B في كل سنة .  
ج. جدوا بعد مرور كم من الزمن منذ مطلع سنة 2000 ، عدد البطاريق في المنطقة B كان 88,700 .  
منذ مطلع سنة 2018 ، في أعقاب ترميم المنطقة A ، تزايد عدد البطاريق في هذه المنطقة بـ 2% في كل سنة .  
د. جدوا بعد مرور كم من الزمن منذ مطلع سنة 2018 ، ازداد عدد البطاريق في المنطقة A بـ 17% عن عددها في مطلع سنة 2018 .



أ. نفحص صحة المعطى في البند أ

علينا أن نفحص هل الفرق بين عدد البطاريق في مطلع سنة 2000 وبين عددها في مطلع سنة 2001 مساوٍ للفرق بين عدد البطاريق في مطلع سنة 2001 وبين عددها في مطلع سنة 2002

معطى في السؤال أن منذ مطلع سنة 2000 ، عدد البطاريق في المنطقة A يتضاءل كل سنة بنسبة مئوية ثابتة

نرمز لنسبة التضاؤل:  $p$

نجد عدد البطاريق في مطلع السنوات 2000 ، 2001 و 2002

نفترض أن  $t = 0$  هو مطلع سنة 2000

$$2000 \Rightarrow f(0)$$

$$2001 \Rightarrow f(1) = f(0) \cdot \left(1 - \frac{p}{100}\right)$$

$$2002 \Rightarrow f(2) = f(0) \cdot \left(1 - \frac{p}{100}\right)^2$$

$$f(1) - f(0) \quad ? \quad f(2) - f(1)$$

$$f(0) \cdot \left(1 - \frac{p}{100}\right) - f(0) \quad ? \quad f(0) \cdot \left(1 - \frac{p}{100}\right)^2 - f(0) \cdot \left(1 - \frac{p}{100}\right)$$

$$\cancel{f(0)} \cdot \left[\cancel{1 - \frac{p}{100}} - 1\right] \quad ? \quad \cancel{f(0)} \cdot \left(1 - \frac{p}{100}\right) \cdot \left[\cancel{1 - \frac{p}{100}} - 1\right]$$

$$1 \quad ? \quad 1 - \frac{p}{100}$$

$$1 \neq 1 - \frac{p}{100}$$

↓

لا الفرق غير متساوي



ب. نجد النسبة المئوية التي يتضاءل بها عدد البطاريق في المنطقة B

نفرض أن مطلع سنة 2000 هي  $t = 0$  في كلا المنطقتين

معطى أن في مطلع سنة 2000 عدد البطاريق في المنطقة A هو 198,000 ونسبة تضاءل البطاريق هي 5% في كل سنة.

$$f(0) = 198,000 \quad , \quad p_A = 5 \quad \Leftarrow$$

معطى أيضًا أنه في المنطقة B عدد البطاريق يتضاءل في كل سنة بنسبة مئوية ثابتة، وكذلك في مطلع سنة 2000 كان عدد البطاريق في المنطقة B هو 245,000

$$g(0) = 245,000 \quad , \quad p_B = ? \quad \Leftarrow$$

معطى في السؤال أن في مطلع سنة 2010، كان عدد البطاريق في المنطقة A و B متساوٍ

$$f(10) = g(10)$$

$$f(10) = f(0) \cdot \left(1 - \frac{5}{100}\right)^{10}$$

$$g(10) = g(0) \cdot q_B^{10}$$

$$f(0) \cdot \left(1 - \frac{5}{100}\right)^{10} = g(0) \cdot q_B^{10}$$

$$198,000 \cdot 0.95^{10} = 245,000 \cdot q_B^{10}$$

$$118,549.914 = 245,000 \cdot q_B^{10}$$

$$0.466 = q_B^{10} \quad /: \sqrt[10]{\quad}$$

$$0.929 = q_B$$

$$1 - \frac{p_B}{100} = 0.929$$

$$-\frac{p_B}{100} = -0.07$$

$$p_B = 7$$



ج. نجد بعد مرور كم من الزمن منذ مطلع سنة 2000 ، عدد البطاريق في المنطقة B كان 88,700

من البند السابق:

$$B \Rightarrow g(t) = 245,000 \cdot \left(1 - \frac{7}{100}\right)^t$$

نجد بعد كم من الوقت أصبح عدد البطاريق 88,700

$$88,700 = 245,000 \cdot \left(1 - \frac{7}{100}\right)^t$$

$$88,700 = 245,000 \cdot 0.93^t \quad /: 245,000$$

$$0.362 = 0.93^t$$

$$t = \frac{\ln 0.362}{\ln 0.93}$$

$$t = 14$$

بعد مرور 14 سنة

د. نجد بعد مرور كم من الزمن منذ مطلع سنة 2018 ازداد عدد البطاريق في المنطقة A بنسبة 17% عن عددها في مطلع سنة 2018

معطى في السؤال أن منذ مطلع سنة 2018 ، ازداد عدد البطاريق في المنطقة A بنسبة 2% في كل سنة.

نجد كم كان عدد البطاريق في مطلع سنة 2018

$$f(18) = f(0) \cdot 0.95^{18}$$

$$f(18) = f(0) \cdot 0.95^{18}$$

$$f(18) = 198,000 \cdot 0.95^{18} = 78,648.43$$



نرمز في هذا البند لمطلع سنة 2018 بـ  $t = 0$  ونسبة تزايدها بـ 2  
ثم نجد بعد مرور كم من الزمن ازداد عدد البطاريق بـ 17% عن سنة 2018

$$\frac{117}{100} \cdot 78,648.43 = 78,648.43 \cdot \left(1 + \frac{2}{100}\right)^t$$

$$1.17 = 1.02^t$$

$$t = \frac{\ln 1.17}{\ln 1.02} \approx 7.93$$

↓

يتحقق ذلك بعد مرور 7.93 سنوات

