متواليات – شتاء 2022

1. a_n هي متوالية حسابيّة.

معطى أنّ: $a_2 + a_4 = 124$.

أ. جد a_3.

معطى أنّ: $a_4 = 76$.

ب. جد a_1 وفرق المتوالية.

جـ. **(1)** عبّر بدلالة n عن الحدّ a_n.

(2) فسّر لماذا كلّ حدّ في المتوالية a_n هو زوجيّ.

معطى أنّ المتوالية a_n تحوي 64 حدًّا.

د. في المتوالية المعطاة، مُحِيَ كلّ حدّ ثالث $(a_3, a_6, \dots)$.

ما هو مجموع الحدود التي تبقّت في المتوالية؟

أ) جد a_3

$$a_2 + a_4 = 124$$

$$a_1 + d + a_1 + 3d = 124$$

$$2a_1 + 4d = 124$$

$\div 2$

$$a_1 + 2d = 62$$

$$a_3 = a_1 + 2d$$

$$a_3 = 62$$

ب) جد a_1 وفرق المتوالية

$$a_4 = 76$$
$$a_4 = a_3 + d = 76$$
$$a_3 + d = 76$$

نعوض a_3:

$$62 + d = 76$$
$$d = 14$$

من الفرع السابق:

$$a_1 + 2d = 62$$
$$a_1 + 2 \cdot 14 = 62$$
$$a_1 = 34$$

ج. (1) عبر بدلالة n عن الحد a_n

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$
$$a_n = 34 + (n-1)14$$
$$a_n = 14n + 20$$

معهد إيهاب عمر

(2) فسر لماذا كل حد في المتوالية a_n هو زوجي

$$a_n = 14n + 20$$

لأن n مضروب بعدد زوجي فان $14n$ هو عدد زوجي بالضرورة ومجموع لعدد زوجي (20) لذلك فان أي حد نعوضه بالمعادلة العامة للمتوالية سيكون عدد زوجي.

د. ما هو مجموع الحدود التي تبقت في المتوالية

نجد مجموع كل حدود المتوالية:

$$a_1 = 34$$
$$d = 14$$
$$n = 64$$

$$S_{64} = \frac{64 \cdot (2 \cdot 34 + (64-1) \cdot 14)}{2} = 30400$$

نجد مجموع حدود المتوالية التي حذفت:

$$a_3 , a_6 , a_9 \dots\dots , a_{62} , a_{64}$$
$$a_1 = a_3 = 62$$
$$d = 3d = 42$$
$$n = \frac{64}{3} \approx 21$$

$$S_{21} = \frac{21 \cdot (2 \cdot 62 + (21-1) \cdot 42)}{2} = 10122$$

معهد إيهاب عمر

مجموع المتوالية التي تبقت:

$$S_{64} - S_{21} =$$

$$30400 - 10122 = 20278$$

معهد ايهاب عمر