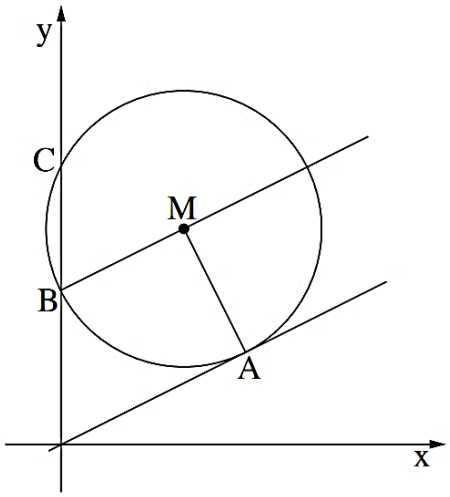
هندسة تحليلية- شتاء 2013

2) معطاة دائرة، مركزها M موجود على المستقيم $y = 7$.
المستقيم $y = \frac{1}{2}x$ يمسّ الدائرة في النقطة $A(6, 3)$
(انظر الرسم) .



أ. (1) جد إحداثيات المركز M .

(2) جد معادلة الدائرة .

ب. الدائرة تقطع المحور y في النقطتين B وَ C .
النقطة C موجودة فوق النقطة B (انظر الرسم) .

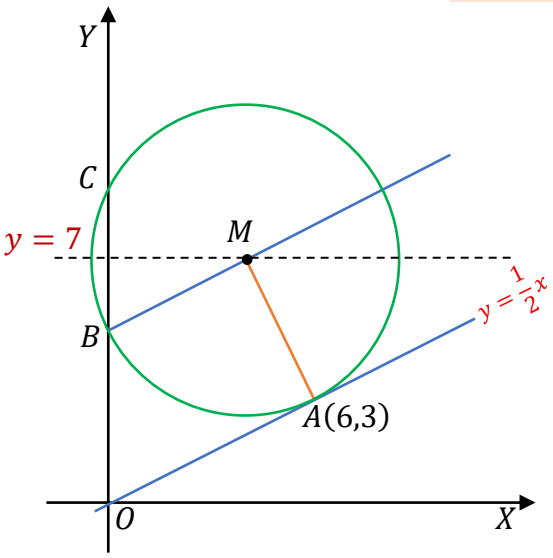
(1) بيّن أنّ المستقيم BM يوازي المستقيم
الذي يمسّ الدائرة في النقطة A .

(2) جد مساحة المثلث BMA .

إيهاب عمر

(أ)(1) نجد احداثيات المركز M

نصف قطر الدائرة يُعامد المماس ← $MA \perp AO$



نجد معادلة MA

$$m_{MA} = \frac{-1}{m_{AO}}$$

$$m_{MA} = -2$$

$$y_{MA} = -2x + b$$

$$\Downarrow$$

$$3 = -2 \cdot 6 + b$$

نعوض A(6,3)

$$b = 15$$

$$\Downarrow$$

$$y_{MA} = -2x + 15$$

$$\Downarrow$$

تقع النقطة M على المستقيم $y = 7$

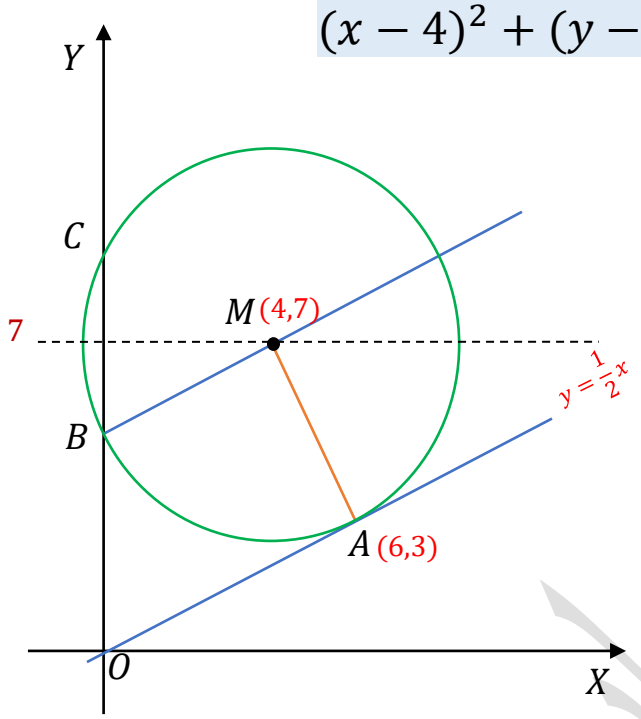
$$7 = -2x + 15$$

$$x = 4$$

$$M(4\,,7)$$

نجد معادلة الدائرة المعطاة (2)

معادلة الدائرة: $(x-4)^2+(y-7)^2=R^2$



نجد طول AM

$$AM=\sqrt{(6-4)^2+(3-7)^2}$$

$$\Downarrow$$

$$AM=\sqrt{20}$$

$$\Downarrow$$

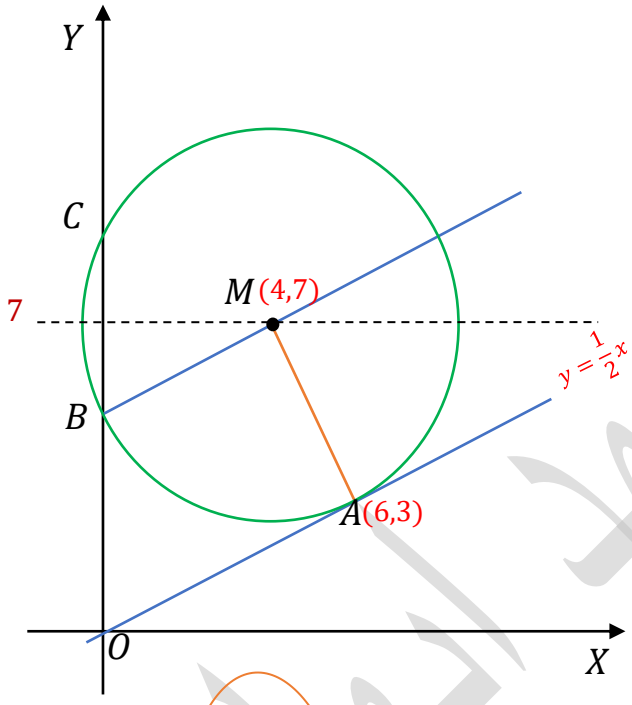
$$R=AM=\sqrt{20}$$

نعوض في معادلة الدائرة

$$(x-4)^2+(y-7)^2=R^2$$

$$(x-4)^2+(y-7)^2=20$$

(ب)(1) نبرهن ان $BM \parallel AO$



نجد نقاط التقاطع بين الدائرة ومحور y
(النقاط B, C)

نعوض $x = 0$

$$(0-4)^2 + (y-7)^2 = 20$$
$$\Downarrow$$
$$16 + (y-7)^2 = 20$$
$$\Downarrow$$
$$(y-7)^2 = 4$$
$$\Downarrow$$
$$y - 7 = \pm 2$$
$$\Downarrow$$
$$y = 5$$
$$y = 9$$
$$\Downarrow$$
$$B(0,5), C(0,9)$$

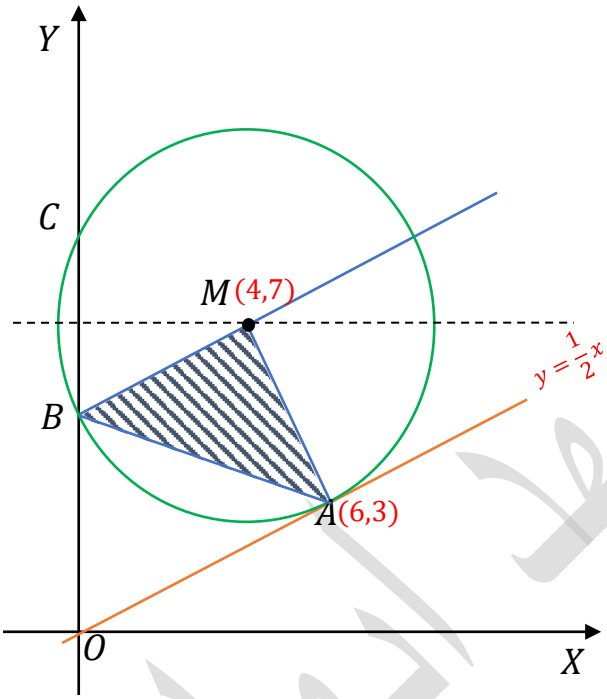
نجد ميل BM

$$m_{BM} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$
$$m_{BM} = \frac{7-5}{4-0}$$
$$m_{BM} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\Downarrow$$
$$m_{BM} = m_{AO} = \frac{1}{2}$$
$$\Downarrow$$

$BM \parallel AO$

(ب)(2) نجد مساحة ΔBMA



$BM \parallel AO$

برهنا سابقا

$AO \perp Ma$

المماس يُعامد نصف القطر

$\Downarrow$

$AM \perp MB$

بالتبادل

نجد مساحة المثلث

$$S_{\Delta ABM} = \frac{MA \cdot MB}{2}$$

$$S_{\Delta ABM} = \frac{R \cdot R}{2}$$

$$S_{\Delta ABM} = \frac{R^2}{2}$$

$$S_{\Delta ABM} = \frac{2O}{2}$$

$$S_{\Delta ABM} = 10$$