احتمال- 2019 صيف(أ)

(3

تلعب سامية وعرين لعبة يمكن فيها تحديد عدد الجولات. في كلّ جولة إحداهما تَكْسَبُ والأخرى تخسر.
الفائزة في اللعبة كلّها هي التي تَكْسَبُ عددًا أكبر من الجولات من صديقتها.
إذا كَسَبَتْ كلتاهما عددًا متساويًا من الجولات، تكون نتيجة اللعبة كلّها التعادل.
معطى أنّ: احتمال كَسْب عرين في كلّ جولة هو $\frac{1}{3}$.

أ. لعبت سامية وعرين يوم الأحد 4 جولات في اللعبة.
(1) ما هو الاحتمال بأن تكون عرين قد فازت في اللعبة كلّها؟
(2) ما هو الاحتمال بأن يكون التعادل نتيجة اللعبة كلّها؟

ب. لعبت سامية وعرين أيضًا يوم الإثنين 4 جولات في اللعبة. هذه المرّة قرّرتا مسبقًا أنّه إذا كان التعادل هو النتيجة في لعبة الجولات الـ 4، فسوف تلعبان 3 جولات أخرى لحسم نتيجة اللعبة، ومَن تَكْسَب عددًا أكبر من الجولات، تَفُزْ في اللعبة كلّها.
ما هو الاحتمال بأن تفوز عرين في اللعبة كلّها؟

جـ. معلوم أنّ عرين فازت في اللعبة كلّها، بالضبط في أحد اليومين: الأحد أو الإثنين.
ما هو الاحتمال بأنّها فازت في اللعبة كلّها يوم الإثنين؟

(1)(أ)

$$P_4(4)+P_4(3)=\left(\frac{1}{3}\right)^4+\binom{4}{3}\left(\frac{1}{3}\right)^3\left(\frac{2}{3}\right)=\left(\frac{1}{3}\right)^3\left(\frac{1}{3}+4\cdot\frac{2}{3}\right)=\left(\frac{1}{3}\right)^3 3=\frac{1}{9}$$

(2)

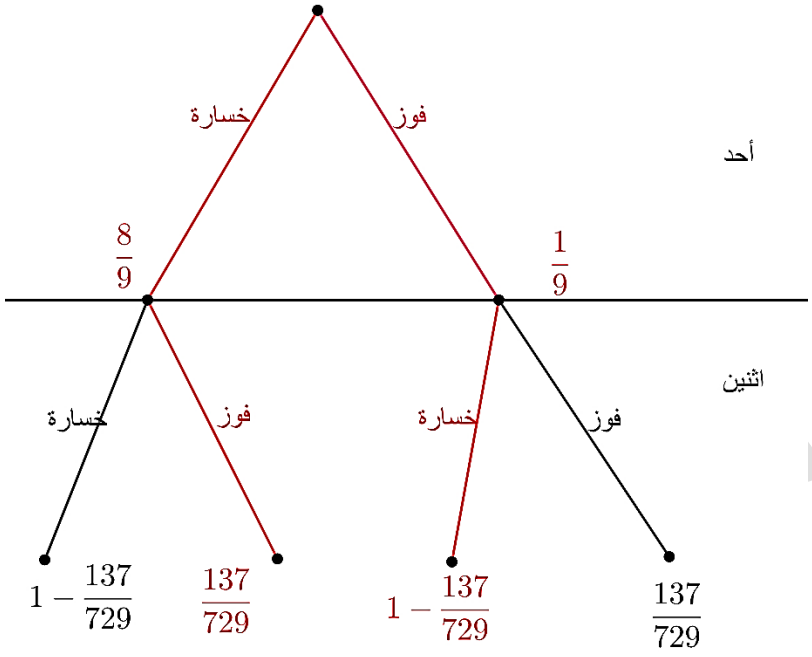
$$P_4(2)=\binom{4}{2}\left(\frac{1}{3}\right)^2\left(\frac{2}{3}\right)^2=6\left(\frac{1}{3}\right)^2\left(\frac{2}{3}\right)^2=\frac{8}{27}$$

(ب)

$$P_4(4)+P_4(3)+P_4(2)\left(P_3(2)+P_3(3)\right)=\frac{1}{9}+\frac{8}{27}\left(\binom{3}{2}\left(\frac{1}{3}\right)^2\left(\frac{2}{3}\right)+\left(\frac{1}{3}\right)^3\right)$$

$$=\frac{1}{9}+\frac{8}{27}\left(\left(\frac{2}{3^2}\right)+\frac{1}{3^3}\right)=\frac{1}{9}+\frac{8}{27}\frac{7}{27}=\frac{137}{729}$$

(ج)



$$P(\text{فازت أحد اليومين}|\text{فازت اثنين}) = \frac{P(\text{فازت اثنين خسرت أحد})}{P(\text{فازت أحد خسرت اثنين})} = \frac{\left(\frac{137}{729}\right)\cdot\left(1-\frac{1}{9}\right)}{\left(\frac{137}{729}\right)\cdot\left(1-\frac{1}{9}\right)+\left(1-\frac{137}{729}\right)\cdot\frac{1}{9}} = \frac{137}{211}$$