بحث دالَّة صيف 2015 موعد (ب)

سؤال 8 :

معطاة الدالّة $f(x)$ ومعطى أنّ كلّ واحدة من الدوالّ $f(x)$ وَ $f'(x)$ وَ $f''(x)$ معرَّفة في المجال $x > 0$.

معطى أيضًا أنّ: الرسم البيانيّ لـ $f'(x)$ يقطع المحور x في النقطة التي فيها $x = 1$ ،
$f'(x)$ تصاعديّة في المجال $0 < x < 3$ ، وتنازليّة في المجال $x > 3$ ،
خطّا تقارب $f'(x)$ هما $x = 0$ وَ $y = 0$.

أ. ارسم رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا لدالّة المشتقّة $f'(x)$.

معطى أيضًا أنّه يوجد للدالّة $f(x)$ خطّ تقارب واحد معادلته $x = 0$.

ب. جد الإحداثيّات x للنقاط القصوى للدالّة $f(x)$ (إذا وُجدت مثل هذه النقاط)، وحدِّد نوع هذه النقاط.

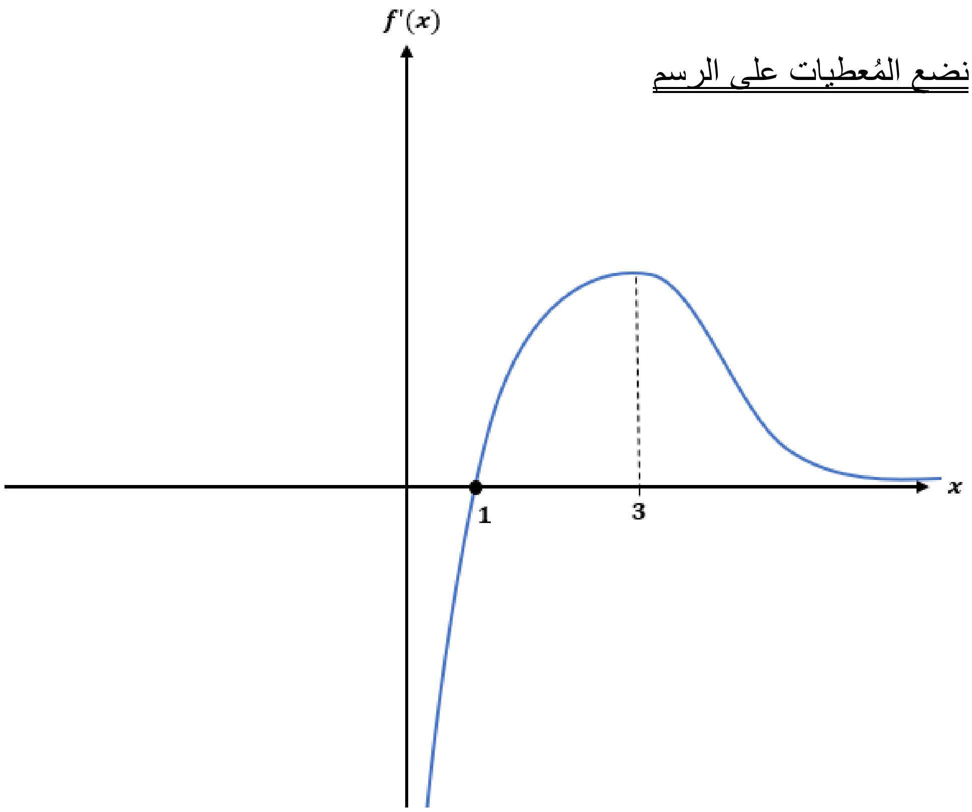
جـ. جد مجالات التقعُّر باتّجاه الأعلى $\cup$ وباتّجاه الأسفل $\cap$ للدالّة $f(x)$. علّل.

د. الدالّة $f(x)$ تحصل على جميع القيَم في المجال $y \geq 4$ وتحصل فقط على هذه القيَم .
ارسم رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا للدالّة $f(x)$.
أشر على المحور x وعلى المحور y إلى القيَم التي وجدتَها .

هـ. معطاة الدالّة $g(x) = -[f(x)]^3$.
جد مجالات تصاعد وتنازل الدالّة $g(x)$.

أ)

نضع المُعطيات على الرسم



ب)

<u>وفقا للرسم البياني في الفرع (أ) :</u>

الدَّالَّة $f(x)$ تنازُليَّة في المجال $0 < x < 1$

الدَّالَّة $f(x)$ تصاعدية في المجال $1 < x$

ينتُج أنَّ، للدَّالَّة $f(x)$ نقطة قُصوى min في $x = 1$.

ج)

<u>نتذكَّر العلاقة :</u>

$f''(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f'(x)$	$\nearrow$	max	$\searrow$	min	$\nearrow$
$f(x)$	$\cup$	التواء	$\cap$	التواء	$\cup$

الدَّالَّة $f'(x)$ تصاعديَّة في المجال $0 < x < 3$

$\Downarrow$

$\boxed{\text{تقعّر الى أعلى } \cup \text{ للدَّالَّة } f(x) \text{ في المجال } 0 < x < 3}$

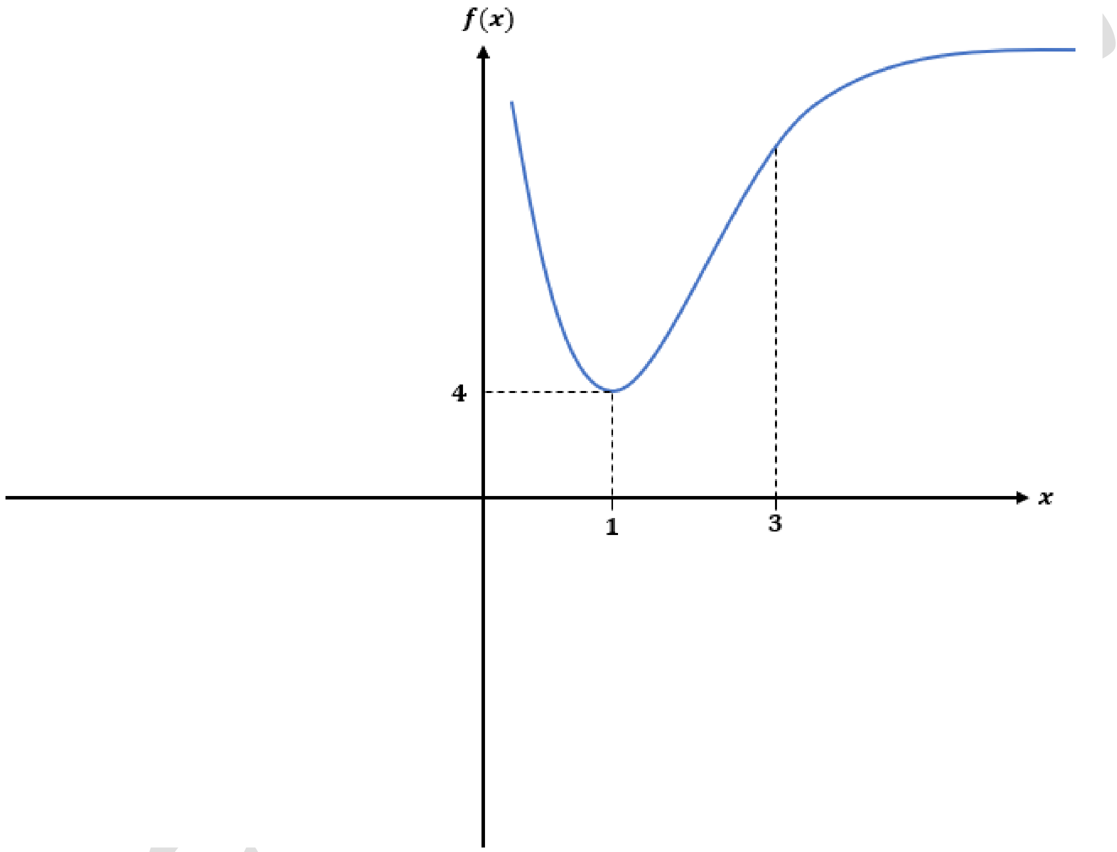
الدَّالَّة $f'(x)$ تنازُليَّة في المجال $x > 3$

$\Downarrow$

$\boxed{\text{تقعّر الى أسفل } \cap \text{ للدَّالَّة } f(x) \text{ في المجال } x > 3}$

د)

حسب المُعطى أنَّ الدَّالَّة $f(x)$ تحصل فقط على القيم $y \geq 4$
نستنتج أنَّ نُقطة النهاية الصغرى للدَّالَّة $f(x)$ ستكون تُساوي 4



ه)

$$g(x) = -[f(x)]^3$$

نشتق الدَّالَّة $g(x)$ لنجد مجالات التصاعد والتنازُل :

$$g'(x) = -3[f(x)]^2 \cdot f'(x)$$

$\downarrow$

$$g'(x) = 0$$

$$\Downarrow$$

$$-3[f(x)]^2 \cdot f'(x) = 0$$

$$\div(-3f(x)^2) \Downarrow$$

$$f'(x) = 0$$

$$\Downarrow$$

$$x = 1$$

تذكَّر أنَّ $f(x)$ لا تُساوي صفر ولهذا $[f(x)]^2$ لا تُساوي صفر أيضا

x		0		1	
$f'(x)$			$-$	0	$+$
$-3 \cdot f(x)^2 \cdot f'(x)$			$+$	0	$-$
$-[f(x)]^3$			$\nearrow$	max	$\searrow$

$$g'(0.5) = \underbrace{-3}_{(-)} \cdot \underbrace{f(0.5)^2}_{(+)} \cdot \underbrace{f'(0.5)}_{(-)} \longrightarrow (+)$$

$$g'(0.5) = \underbrace{-3}_{(-)} \cdot \underbrace{f(2)^2}_{(+)} \cdot \underbrace{f'(2)}_{(+)} \longrightarrow (-)$$

تصاعد $0 < x < 1$

تنازُل $1 < x$