

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: קיץ תשפ"א, מועד ב
מספר השאלון: 035581
נספח: דפי נוסחאות ל-5 יח"ל
טרנסלציה לערבית (2)
נוע الامتحان: بچروت
מועד الامتحان: صيف 2021، الموعِد "ب"
رقم النموذج: 035581
ملحق: لوائح قوانين لـ 5 وحدات تعليمية
ترجمة إلى العربية (2)

מועד הבחינה: קיץ תשפ"א, מועד ב
מספר השאלון: 035581
נספח: דפי נוסחאות ל-5 יח"ל
טרנסלציה לערבית (2)

انتبه: في هذا الامتحان توجد تعليمات خاصة.
يجب الإجابة عن الأسئلة حسب التعليمات.

الرياضيات

5 وحدات تعليمية – النموذج الأول

تعليمات للممتحن

- مدّة الامتحان: ثلاث ساعات ونصف.
- مبنى النموذج وتوزيع الدرجات:
في هذا النموذج ثلاثة فصول، فيها ثمانية أسئلة.
الفصل الأول: الجبر والاحتمال
الفصل الثاني: الهندسة وحساب
المثلثات في المستوى
الفصل الثالث: حساب التفاضل
والتكامل للبولينومات وللدوال الجذر
وللدوال النسبية وللدوال المثلثية
عليك الإجابة عن أربعة أسئلة حسب اختيارك.
 $100 = 25 \times 4$ درجة
- موادّ مساعدة يُسمح استعمالها:
 - حاسبة غير بيانية. لا يُسمح استعمال إمكانيات البرمجة في الحاسبة التي يمكن برمجتها. استعمال الحاسبة البيانية أو إمكانيات البرمجة في الحاسبة قد يؤدي إلى إلغاء الامتحان.
 - لوائح قوانين (مرفقة).
- تعليمات خاصة:
 - لا تنسخ السّؤال؛ اكتب رقمه فقط.
 - ابدأ كل سؤال في صفحة جديدة. اكتب في الدّفتر مراحل الحل، حتّى إذا أُجريت حساباتك بواسطة حاسبة.
فسّر كلّ خطواتك، بما في ذلك الحسابات، بالتّفصيل وبوضوح وبترتيب.
عدم التّفصيل قد يؤدي إلى خصم درجات أو إلى إلغاء الامتحان.

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון ראשון

הוראות לנבחן

- משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.
- מבנה השאלון ומפתח ההערכה:
בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.
פרק ראשון: אלגברה והסתברות
פרק שני: גאומטריה וטריגונומטריה
במישור
פרק שלישי: חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי
של פולינומים, של פונקציות שורש, של
פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות
עליך לענות על ארבע שאלות לבחירתך –
 $100 = 25 \times 4$ נק'
ג. חומר עזר מותר בשימוש:
 - מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
 - דפי נוסחאות (מצורפים).
- הוראות מיוחדות:
 - אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
 - התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

אكتب في دفتر الامتحان فقط. اكتب "مسودة" في بداية كلّ صفحة تستعملها مسودة.
كتابة آية مسودة على أوراق خارج دفتر الامتحان قد تسبّب إلغاء الامتحان.
التعليمات في هذا النموذج مكتوبة بصيغة المذّكر وموجهة للممتحنات وللممتحنين على حدّ سواء.

نتمنى لك النّجاح!

בהצלחה!

الأسئلة

انتبه! فسّر كل خطواتك، بما في ذلك الحسابات، بالتفصيل وبوضوح.
عدم التفصيل قد يؤدي إلى خصم درجات أو إلى إلغاء الامتحان.

أجب عن أربعة من الأسئلة 1-8 (لكل سؤال - 25 درجة).
انتبه! إذا أجبت عن أكثر من أربعة أسئلة، تُفحص فقط الإجابات الأربعة الأولى التي في دفترك.

الفصل الأول: الجبر والاحتمال

1. تتدرب نادبة ودالية ورائية على السير والركض في مسار AB طوله 40 كم.
في الساعة 8:00 خرجت نادبة من النقطة A وسارت بسرعة 4 كم/الساعة باتجاه النقطة B.
في الساعة 9:36 خرجت دالية من النقطة B وركضت باتجاه النقطة A.
بعد ساعتين من خروج نادبة، خرجت رائية من النقطة B وركضت بسرعة 12 كم/الساعة باتجاه النقطة A.
التقت نادبة ورائية، وبعد ذلك وصلتا طريقهما.
بعد ساعة و 36 دقيقة من لقاء نادبة ورائية، وصلت دالية إلى النقطة A.
سرعة كل واحدة من المُتدربات هي ثابتة خلال التدريب كله.
أ. في أية ساعة التقت نادبة ورائية؟
ب. ما هي سرعة ركض دالية؟ علّل إجابتك.
ج. هل التقت المُتدربات الثلاث في نقطة واحدة على طول المسار؟ علّل إجابتك.
د. في أيّ بُعد عن النقطة B التقت نادبة ورائية في المرة الثانية؟ علّل إجابتك.

2. معطاة متوالية هندسية لانهائية a_n ، حدودها a_1, a_2, a_3, \dots ، وأساسها q .

أ. عبّر بدلالة a_1 و q عن قيمتي المجموعتين اللذين أمامك.

$$(1) A = a_2 + a_4 + a_6 + \dots + a_{40}$$

$$(2) B = a_4 + a_8 + a_{12} + \dots + a_{40}$$

معطى أن a_n هي متوالية تصاعديّة، وأن $\frac{A}{B} = \frac{10}{9}$.

ب. جد قيمة q .

يبنون من المتوالية a_n المعطاة متوالية هندسية لانهائية b_n تحقّق لكل n طبيعيّ: $b_n = 3 \cdot a_{n+1}$.

ج. جد أساس المتوالية b_n .

يبنون متوالية هندسية لانهائية جديدة: $\frac{1}{b_1}, \frac{1}{b_2}, -\frac{1}{b_3}, \frac{1}{b_4}, \dots$.

د. عبّر عن مجموع كل حدود المتوالية الجديدة بدلالة a_1 .

معطاة المتوالية: $\frac{1}{a_1}, a_1, b_1$.

هـ. (1) هل يمكن أن تكون هذه المتوالية حسابية؟ علّل إجابتك.

(2) هل يمكن أن تكون هذه المتوالية هندسية؟ علّل إجابتك.

3. في مسابقة رياضية تُجرى في مدرسة معينة، يشترك عدد كبير من الطلاب. يجب على كل مُشارك أن ينجح في

اجتياز 3 عوائق الواحد تلو الآخر حسب الترتيب. المُشارك الذي لا ينجح في اجتياز عائق يُخرج فوراً من المسابقة.

احتمال النجاح في اجتياز عائق يختلف من عائق إلى آخر، لكنّ هذا الاحتمال متساوٍ لجميع المشاركين. المُشارك

الذي ينجح في اجتياز جميع العوائق الثلاثة يرتقي إلى مرحلة نصف النهائي.

28% من المشاركين في المسابقة نجحوا في اجتياز العائقيّن الأوّلين. الاحتمال بأن يُخرج من المسابقة مُشارك

نجح في اجتياز العائقيّن الأوّلين هو 3 أضعاف احتمال ارتقائه إلى مرحلة نصف النهائي.

أ. احسب الاحتمال أن يرتقي مُشارك في المسابقة إلى مرحلة نصف النهائي.

الاحتمال بأن ينجح مُشارك في اجتياز العائق الأوّل ولا يجتاز العائق الثاني هو 0.42.

ب. احسب الاحتمال بأن لا ينجح مُشارك في المسابقة في اجتياز العائق الأوّل.

ج. اختاروا بشكل عشوائي ثلاثة مُشاركين: عمر وجميل ولييب. معلوم أنّ ثلاثتهم نجحوا في اجتياز العائق الأوّل.

(1) احسب الاحتمال بأن يرتقي بالضبط اثنان منهم إلى مرحلة نصف النهائي.

(2) احسب الاحتمال بأن يرتقي من بين الثلاثة، عمر وجميل فقط، إلى مرحلة نصف النهائي.

الفصل الثاني: الهندسة وحساب المثلثات في المستوى

4. دائرتان تَمَسَّان إحداهما الأخرى من الداخل في النقطة P (انظر الرسم).

مركزا الدائرتين هما النقطتان M و N ،

ونصفا قطريهما هما R_1 و R_2 بالتلاؤم، $R_2 < R_1$.

يمررون مماساً مشتركاً للدائرتين عبر النقطة P .

يخرج من النقطة M مستقيمان يمسَّان الدائرة التي مركزها N في النقطتين A و B .

هذان المستقيمان يقطعان المماسَّ المشترك للدائرتين

في النقطتين C و D ، كما هو موصوف في الرسم .

أ. برهن أن $AB \perp MN$.

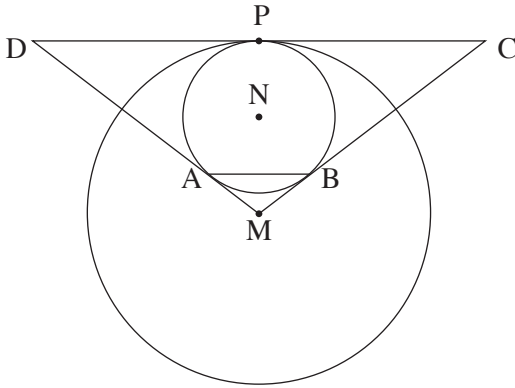
ب. برهن أن $AB \parallel DC$.

ج. برهن أن $NB \cdot MC = MN \cdot \frac{DC}{2}$.

معطى أن: $MN = 8$ ، $\frac{R_1}{R_2} = \frac{7}{3}$.

د. (1) جد R_2 و R_1 .

(2) جد DC .



5. الشكل الرباعي ABCD هو مستطيل، اثنان من أضلاعه، AB و AD ،

يمسَّان دائرة نصف قطرها R في النقطتين E و K بالتلاؤم

(انظر الرسم).

النقطة C تقع على محيط الدائرة.

أ. برهن أن: $\angle KCE = 45^\circ$.

معطى أن: $0^\circ < \alpha < 45^\circ$ ، $\angle KCD = \alpha$.

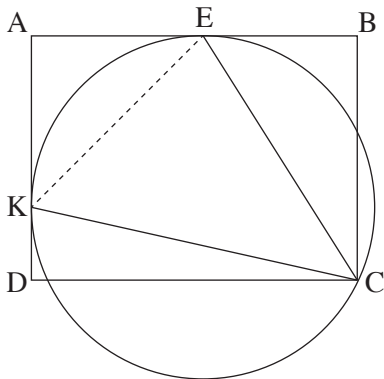
ب. (1) عبّر بدلالة α عن زوايا المثلث KCE .

(2) عبّر بدلالة R و α عن أطوال أضلاع المثلث KCE .

ج. عبّر بدلالة α عن النسبة $\frac{EB}{AE}$.

معطى أن: $\frac{EB}{AE} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

د. احسب α .



الفصل الثالث : حساب التفاضل والتكامل للبولينومات وللدوال الجذر وللدوال النسبية وللدوال المثلثية

6. معطاة الدالة $f(x) = \frac{x^2}{\sqrt{x^2 - a^2}}$ ، $a > 0$ هو پارامتر.

عبر عن إجاباتك بدلالة a ، إذا دعت الحاجة .

أ. جد مجال تعريف الدالة $f(x)$.

ب. برهن أن الدالة $f(x)$ هي زوجية .

ج. (1) جد إحداثيات نقاط تقاطع الرسم البياني للدالة $f(x)$ مع المحورين (إذا وجدت مثل هذه النقاط) .

(2) جد معادلات خطوط التقارب العمودية للمحورين، للدالة $f(x)$ (إذا وجدت مثل هذه الخطوط) .

(3) جد إحداثيات النقاط القصوى للدالة $f(x)$ ، وحدد نوع هذه النقاط .

(4) ارسم رسماً بيانياً تقريبياً للدالة $f(x)$.

معطاة الدالة $(f(x))^2$ التي مجال تعريفها مطابق لمجال تعريف الدالة $f(x)$.

د. جد إحداثيات النقاط القصوى للدالة $(f(x))^2$ ، وحدد نوع هذه النقاط .

معطاة الدالة $g(x) = \frac{1}{(f(x))^2}$. مجال تعريف الدالة $g(x)$ مطابق لمجال تعريف الدالة $f(x)$.

هـ. اعتمد على البنود السابقة، وارسم رسماً بيانياً تقريبياً للدالة $g(x)$.

عوض : $a = 2$.

و. احسب المساحة المحصورة بين الرسم البياني للدالة $g(x)$ والمحور x والمستقيمين $x = 3$ و $x = 4$.

7. معطاة الدالة $f(x) = \frac{\cos^2(x)}{\sin(x)} + 3$.

أجب عن البنود التي أمامك في المجال $0 \leq x \leq 2\pi$.

أ. (1) جد مجال تعريف الدالة $f(x)$.

(2) جد مجالات تقارب المعامدة للمحورين، للدالة $f(x)$.

(3) جد مجالات تصاعد وتنازل الدالة $f(x)$.

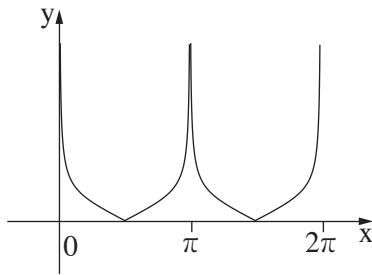
(4) جد إحداثيات النقاط القصوى للدالة $f(x)$ ، وحدد نوع هذه النقاط.

ب. ارسم رسماً بيانياً تقريبياً للدالة $f(x)$.

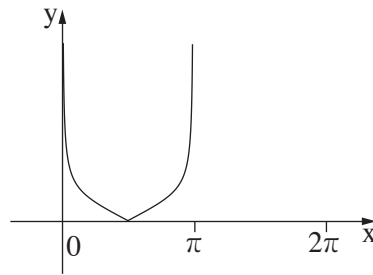
معطاة الدالتان: $k(x) = f(x) - 3$ ، $g(x) = \sqrt{f(x) - 3}$.

ج. أحد الرسوم البيانية "أ - د" التي أمامك يصف الدالة $k(x)$ ، وأحد الرسوم البيانية يصف الدالة $g(x)$.

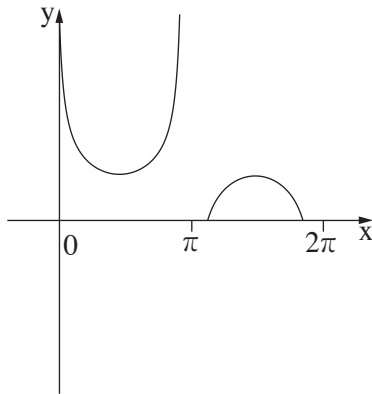
حدد أي رسم بياني من الرسوم البيانية يصف كل واحدة من الدالتين، وعلل تحديديك.



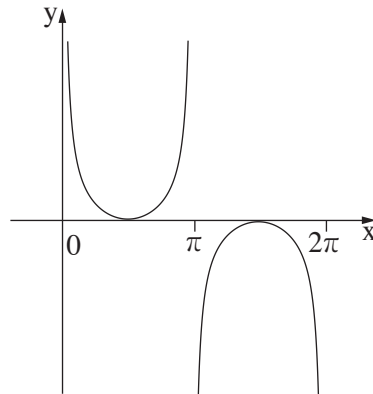
الرسم البياني "ب"



الرسم البياني "أ"

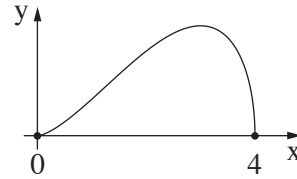


الرسم البياني "د"



الرسم البياني "ج"

8. الرسم الذي أمامك يعرض الدالة $f(x) = \sqrt{a \cdot x^4 + b \cdot x^3}$.
معطى أن مجال تعريف الدالة $f(x)$ هو $0 \leq x \leq 4$.



- أ. (1) برهن أن $b = -4 \cdot a$.
(2) أمامك ادعاءان I-II. أحدهما فقط صحيح. حدّد ما هو الادعاء الصحيح، وعلّل تحديده.
I. $a > 0, b < 0$.
II. $a < 0, b > 0$.
- النقطة P تقع على الرسم البياني للدالة $(f(x))^2$ المعرفة هي أيضاً في المجال $0 \leq x \leq 4$. يمررون من النقطة P مستقيماً يعامد المحور x. M هي نقطة تقاطع العمود مع المحور x، و O هي نقطة أصل المحاور.
- ب. ما هو الإحداثي x للنقطة P الذي بالنسبة له مساحة المثلث PMO هي أكبر ما يمكن؟ علّل إجابتك.
- ج. بالنسبة للإحداثي x الذي وجدته في البند "ب"، عبّر بدلالة a عن أكبر مساحة ممكنة للمثلث PMO.
- د. إذا علم أن الإحداثي x للنقطة P موجود في المجال الذي فيه الدالة $(f(x))^2$ ليست تنازلية، ما هو الإحداثي x للنقطة P الذي بالنسبة له مساحة المثلث PMO هي أكبر ما يمكن؟ علّل إجابتك.

בהצלחה!

נשמתי לך النجاح!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל.
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך.
חقوق الطبع محفوظة לדولة إسرائيل.
النسخ أو النشر ممنوعان إلا بإذن من وزارة التربية والتعليم.