إيهاب عمر

احتمال صيف 2011 – موعد (ب)

سؤال 3:

في مجموعة مؤلّفة من 40 فردًا يوجد 16 رجلاً والباقي نساء.
بحوزة 12 رجلاً في المجموعة رخصة قيادة، وبحوزة 16 إمرأة في المجموعة رخصة قيادة.

أ. نختار بشكل عشوائي فردًا من المجموعة.
ما هو الاحتمال بأن يُختار فرد بحوزته رخصة قيادة؟

ب. نختار بشكل عشوائي فردًا من المجموعة. بعد عودة الفرد إلى المجموعة، نختار مرّة ثانية بشكل عشوائي فردًا من المجموعة.
ما هو الاحتمال بأن يُختار مرّة واحدة على الأقلّ، فرد بحوزته رخصة قيادة؟

جـ. هل الحدث "اختيار رجل من المجموعة" والحدث "اختيار فرد من المجموعة بحوزته رخصة قيادة" هما حدثان مستقلّان (غير متعلّقين)؟ علّل.

د. ما هو عدد النساء في المجموعة اللواتي يجب أن تكون بحوزتهنّ رخصة قيادة كي نحدّد أنّ رخصة القيادة في المجموعة المعطاة لا تتعلّق بجنس الفرد؟ (عدد الرجال والنساء في المجموعة لا يتغيّر، وعدد الرجال الذين بحوزتهم رخصة قيادة لا يتغيّر.)

أ)

$$P(\text{يملك رُخصة قيادة}) = \frac{12+16}{40} = \frac{28}{40} = 0.7$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{0.7}$$

ب)

$$P(\text{على الأقل شخص يملك رُخصة قيادة}) = P(\text{شخص يملك رُخصة قيادة}) + P(\text{شخصان يملكان رُخصة قيادة})$$

$$= 0.7 \cdot 0.3 \cdot \binom{2}{1} + 0.7^2 = \boxed{0.91}$$

قانون برنولي

إيهاب عمر

ج)

$$P(\text{رجل من المجموعة}) = \frac{16}{40} = 0.4$$

$$P(\text{يملك رُخصة قيادة}) = \frac{28}{40} = 0.7$$

{ مُعطى: بحوزة 12 رجل بالمجموعة رُخصة قيادة $\Leftarrow$ نسبة الرجال الذين يملكون رُخصة هي $\frac{12}{40} = 0.3$ }

ليتحقَّق أنَّ الحدثان مُستقلَّان يجب أن يكون احتمال اختيار رجل ضرب احتمال اختيار شخص يملك رُخصة قيادة يُساوي احتمال اختيار رجل يملك رُخصة قيادة.

$$P(\text{رجل يملك رُخصة قيادة}) \stackrel{?}{=} P(\text{يملك رُخصة قيادة}) \cdot P(\text{رجل من المجموعة})$$

$$\Downarrow$$

$$0.4 \cdot 0.7 \stackrel{?}{=} 0.3$$

$$\Downarrow$$

$$0.28 \stackrel{?}{=} 0.3$$

$$\Downarrow$$

$$0.28 \neq 0.3$$

$$\Downarrow$$

الحدثان غير مُستقلَّان - (مُتعلّقان)

د)

ليتحقَّق أنَّ الحدثان مُستقلَّان يجب أن يكون احتمال اختيار امرأة ضرب احتمال اختيار شخص يملك رُخصة قيادة يُساوي احتمال اختيار امرأة تملك رُخصة قيادة

نرمُز عدد النساء اللواتي بحوزتهن رُخصة قيادة: x .

$$P(\text{امرأة من المجموعة}) = \frac{24}{40} = 0.6$$

$$P(\text{يملك رُخصة قيادة}) = \frac{12 + x}{40}$$

$$P(\text{امرأة تملك رُخصة قيادة}) = P(\text{تملك رُخصة قيادة}) \cdot P(\text{امرأة من المجموعة})$$

$$\Downarrow$$

$$0.6 \cdot \left(\frac{12 + x}{40}\right) = \frac{x}{40}$$

$$\Downarrow$$

$$0.6 \cdot (12 + x) = x$$

$$\Downarrow$$

$$7.2 + 0.6x = x$$

$$\Downarrow$$

$$7.2 = 0.4x$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{x = 18}$$

معهد إيهاب عمر