قيمة قصوى – شتاء متعذر عليهم 2022

8. الرسم الذي أمامك يعرض الرسمين البيانيّين للدالّتين

$f(x) = -x^2+16$ وَ $g(x) = (x-4)^2$.

النقطة A تقع في الربع الأوّل على الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$.

مرّروا من النقطة A مستقيمين:

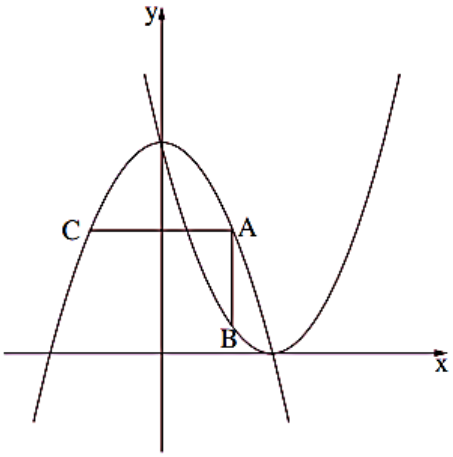
أحد المستقيمين يوازي المحور y

ويقطع الرسم البيانيّ للدالّة $g(x)$ في النقطة B ،

والمستقيم الآخر يوازي المحور x

ويقطع الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ في النقطة C

(انظر الرسم).



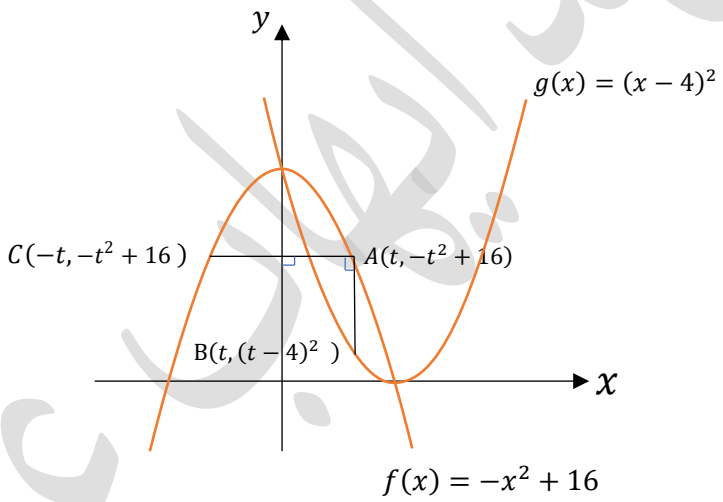
نرمز بـ t إلى الإحداثيّ x للنقطة A.

أ. عبِّر بدلالة t عن إحداثيّات النقاط A وَ B وَ C .

ب. جد قيمة t التي بالنسبة لها مساحة المثلّث ABC هي أكبر ما يمكن.

إيهاب عمر

(أ) نجد النقاط A, B, C



أولًا نجد النقطة A:

نرمز بـ $x_A = t$
والنقطة تقع على الدالة $f(x)$

$$f(t) = -t^2 + 16$$

$$A(t\ , -t^2 + 16\ )$$

أولًا نجد النقطة B:

المستقيم AB يوازي محور y
والنقطة B تقع على الدالة $g(x)$

$$x_A = x_B = t$$

$$\Downarrow$$

$$g(t) = (t-4)^2$$

$$B\ (t, (t-4)^2)$$

أولًا نجد النقطة C:

$$y_A = y_c = -t^2 + 16$$

$$\Downarrow$$

$$f(t) = -t^2 + 16$$

$$\Downarrow$$

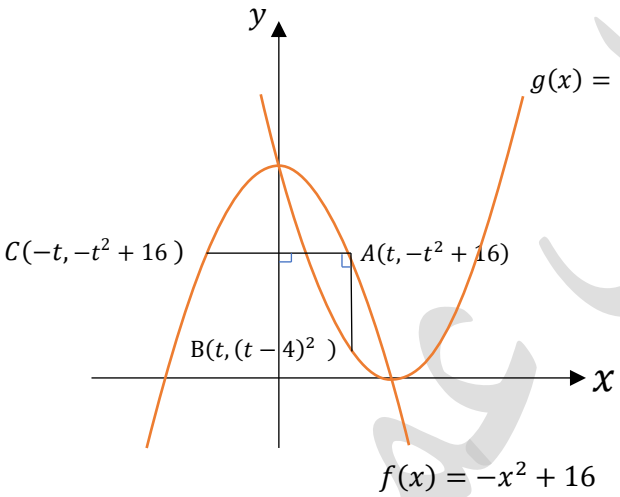
$$f(-t) = -t^2 + 16$$

$$C(-t\,, -t^2 + 16\,)$$

المستقيم AC يوازي محور x
والنقطة B تقع على الدالة $f(x)$

كما نلاحظ انَّ الدالة $f(x)$ هي دالة زوجية لذا:
$f(-t) = f(t)$

(ب) نجد قيمة t التي تحقق اكبر مساحة ممكنة للمثلث ΔABC



$$S_{\Delta ABC} = \frac{AB \cdot AC}{2}$$

$$\Downarrow$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{(y_A - y_B)\cdot(x_A - x_C)}{2}$$

$$\Downarrow$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{(-t^2+16-(t-4)^2)\cdot(t-(-t))}{2}$$

$$\Downarrow$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{\left(-t^2+16-\left(t^2-8t+16\right)\right)\cdot 2t}{2}$$

$$\Downarrow$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{(-t^2+16-t^2+8t-16)\cdot 2t}{2}$$

$$\Downarrow$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{(-2t^2+8t)\cdot 2t}{2}$$

$$\Downarrow$$

$$S_{\Delta ABC} = -2t^3 + 8t^2$$

$$\Downarrow$$

$$S'_{\Delta ABC} = -6t^2 + 16t$$

$$\Downarrow$$

$$0 = -6t^2 + 16t$$

$$\Downarrow$$

$$0 = -t \quad (6t - 16)$$

$t = 0$

$6t - 16 = 0$

$$\Downarrow$$

$$6t = 16$$

$$\Downarrow \quad \div 6$$

$$t = \frac{8}{3}$$

نُصنّف النقاط:

t	-4	0	1	$\frac{8}{3}$	5

$S'_{\Delta ABC}$	$-$		$+$	0	$-$
$S_{\Delta ABC}$	↘	min	↗	max	↘

مطلوب أكبر ما يُمكن← $t = \frac{8}{3}$

معهد إيهاب عمر