أعداد مركّبة صيف 2019 موعد ب

3 معطاة متوالية هندسيّة حدُّها الأوّل هو 1 وحدُّها الثاني هو iz (z هو عدد مركّب).

معطى أنّ المتوالية ليست ثابتة.

أ. (1) اكتب خمسة الحدود الأولى في المتوالية (إذا دعت الحاجة، عبِّر بدلالة z).

(2) برهن أنّ مجموع خمسة الحدود الأولى في المتوالية يساوي $\frac{z^5+i}{z+i}$.

ب. (1) جد جميع حلول المعادلة $z^5=-i$ (z هو عدد مركّب).

(2) جد جميع حلول المعادلة $1+iz-z^2-iz^3+z^4=0$ (z هو عدد مركّب).

النقطة A تقع في الربع الثالث في مستوى جاوس، وهي تلائم أحد حلول المعادلة التي قمتَ بحلّها في البند الفرعيّ "ب (2)".

ABO هو مثلّث متساوي الأضلاع في مستوى جاوس (O – نقطة أصل المحاور).

جـ. جد العدد المركّب الملائم للنقطة B (جد الإمكانيّتين).

أ)

(1)

$$q=\frac{a_2}{a_1}=iz$$

$$a_n=(iz)^{n-1}$$

لذلك الحدود الخمسة الأولى هن:

$$1, iz, -z^2, -iz^3, z^4$$

(2) مجموع الحدود الخمس الأولى هو

$$S_5=\frac{(1-(iz)^5)}{1-zi}=\frac{(1-iz^5)}{1-zi}=\frac{i+z^5}{i+z}$$

ب)

(1)

$$z^5=-i$$

$$z=cis(54^o+72^o k)$$

$$z_1=cis(54^o),\quad z_2=cis(126^o),\quad z_3=cis(198^o),\quad z_4=cis(270^o),$$
$$z_5=cis(342^o)$$

(2) حسب أ (2) ينتج أن:

$$0=1+iz-z^2-iz^3+z^4=\frac{i+z^5}{i+z}$$

$$\Downarrow z\neq -i$$

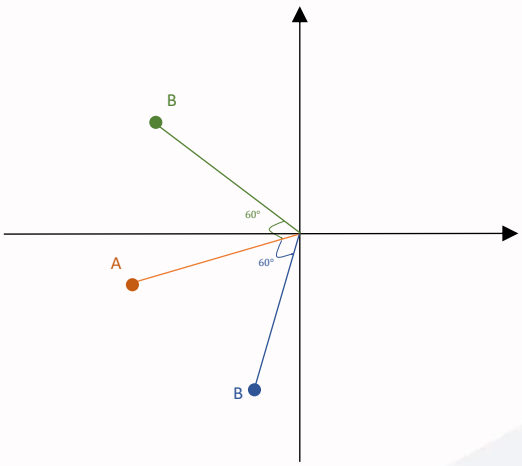
$$0 = i + z^5$$

$$z^5 = -i$$

الإجابة هي نفس إجابة ب(1) ولكن نحذف الإجابة i – {من الشرط $z \neq -i$ } ولأن معادلة مركبة من الرتبة الرابعة لها فقط أربع حلول:

$$z_1 = cis(54^o), \quad z_2 = cis(126^o), \quad z_3 = cis(198^o), \quad z_4 = cis(342^o)$$

ج)



$A = cis(198^o)$.

$B = cis(198^o \pm 60^o)$

$B = cis(258^o), cis(138^o)$