دالة مثلّثيّة – صيف ب 2025

.7 معطاة الدالّة $f(x)=2\cos x+\frac{1}{\cos x}$ ، في المجال $-\frac{\pi}{2}\le x\le\frac{\pi}{2}$.

أ. **(1)** جدوا مجال تعريف الدالّة $f(x)$.

(2) جدوا معادلات خطوط التقارب المعامدة للمحور x ، للدالّة $f(x)$.

ب. حدّدوا هل الدالّة $f(x)$ هي زوجيّة أم فرديّة. علّلوا تحديدكم.

جـ. جدوا إحداثيّات النقاط القصوى للدالّة $f(x)$ ، وحدّدوا نوع هذه النقاط.

د. ارسموا رسمًا بيانيًا تقريبيًّا للدالّة $f(x)$.

معطاة الدالّة $g(x)=2\cos x+\frac{2\sin x}{\sin(2x)}$ ، في المجال $-\frac{\pi}{2}\le x\le\frac{\pi}{2}$.

هـ. **(1)** جدوا مجال تعريف الدالّة $g(x)$.

(2) بيّنوا أنّ $g(x)=2\cos x+\frac{1}{\cos x}$ ، بالنسبة لكلّ x في مجال تعريفها.

و. هل توجد قيمة لـِ k بالنسبة لها المستقيم $y=k$ يقطع الرسم البيانيّ للدالّة $g(x)$ في 3 نقاط بالضبط؟
إذا كانت الإجابة نعم، جِدوها. إذا كانت الإجابة لا، علّلوا إجابتكم.

أ. (1) نجد مجال تعريف الدالة

$$f(x)=2\cos x+\frac{1}{\cos x}$$

$$\cos x\neq 0$$

$$x\neq\frac{\pi}{2}+\pi k$$

$$k=-1 \quad x\neq-\frac{\pi}{2}$$

$$k=0 \quad x\neq\frac{\pi}{2}$$

(2) أ. نجد خطوط التقارب المعامدة لمحور x

$$\lim_{x\to-\frac{\pi}{2}} f(x) = 2\cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) + \frac{1}{0} = \infty$$

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{2}} f(x) = 2\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) + \frac{1}{0} = \infty$$

$$x = \frac{\pi}{2}\ ,x = -\frac{\pi}{2}$$

ب. نحدد ما إذا كانت الدالة زوجية أم فردية

$$f(x) = 2\cos x + \frac{1}{\cos x}$$

$$f(-x) = 2\cos(-x) + \frac{1}{\cos(-x)}$$

$$\cos(x) = \cos(-x)$$

$$f(-x) = 2\cos(x) + \frac{1}{\cos(x)}$$

$$f(x) = f(-x)$$

زوجية

ج. نجد إحداثيات النقاط القصوى للدالة ونحدد نوعها

$$f(x) = 2\cos x + \frac{1}{\cos x}$$

$$f'(x) = -2\sin x + \frac{\sin x}{\cos^2 x}$$

$$f'(x) = 0$$

$$-2\sin x + \frac{\sin x}{\cos^2 x} = 0$$

$$2\sin x - \frac{\sin x}{\cos^2 x} = 0$$

$$2\sin x \cdot \cos^2 x - \sin x = 0$$

$$\sin x\,(2 \cdot \cos^2 x - 1) = 0$$

$$\sin x\,(\cos(2x)) = 0 \qquad \boxed{\cos(2x) = 2\cos^2 x - 1 \cos x}$$

$$\sin x \cos(2x) = 0$$

$$\sin x = 0 \qquad \cos(2x) = 0$$

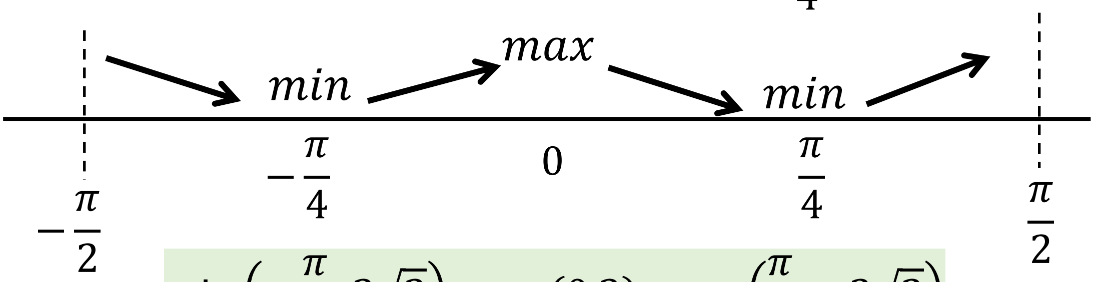
$$x = \pi k \qquad 2x = 0$$

$$k = 0 \quad x = 0 \qquad 2x = \frac{\pi}{2} + \pi k$$

$$x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}$$

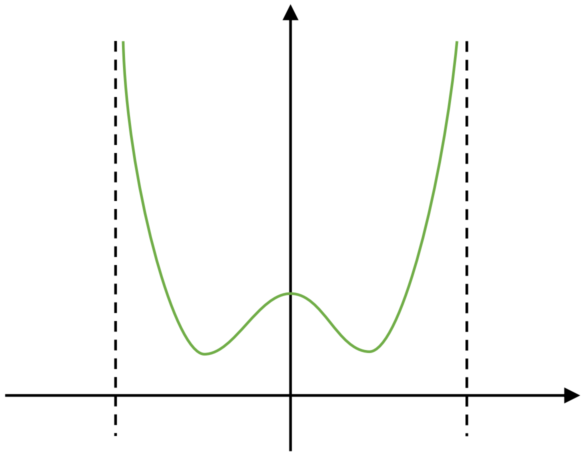
$$k = 0 \quad x = \frac{\pi}{4}$$

$$k = -1 \quad x = -\frac{\pi}{4}$$



$$\min\left(-\frac{\pi}{4}, 2\sqrt{2}\right), \max(0,3), \max\left(\frac{\pi}{4}, -2\sqrt{2}\right)$$

د. نرسم رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا للدالة



ه. (1) نجد مجال تعريف الدالة $g(x)$

$$g(x) = 2\cos(x) + \frac{2\sin(x)}{\sin(2x)}$$

$$\sin(2x) \neq 0$$

$$2x \neq \pi k$$

$$x \neq \frac{\pi k}{2}$$

$$x \neq -\frac{\pi}{2} \text{ ، } x \neq \frac{\pi}{2} \text{ ، } x \neq 0$$

ه. (2) نبين المطلوب

$$g(x) = 2\cos(x) + \frac{2\sin(x)}{\sin(2x)}$$

$$\sin(2x) = 2\sin(x)\cos x$$

$$g(x) = 2\cos(x) + \frac{2\sin(x)}{2\sin(x)\cos x}$$

$$g(x) = 2\cos(x) + \frac{1}{\cos x}$$

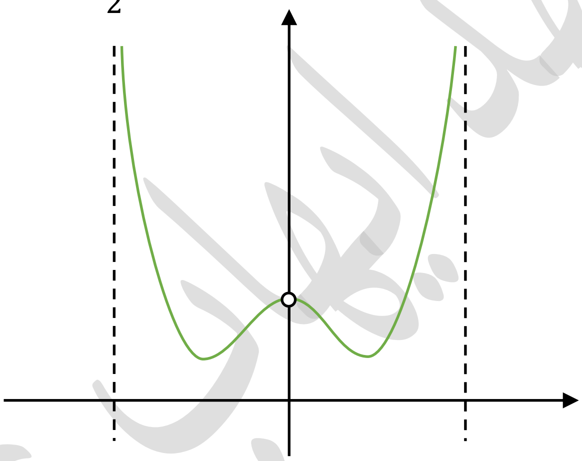
و. نحدد ما إذا كان يوجد قيمة k التي نسبةً لها المستقيم $y = k$ يقطع الرسم البياني للدالة $g(x)$ في 3 نقاط بالضبط

$$g(x) = 2\cos(x) + \frac{1}{\cos x}$$

$$\text{(ثغرة)}\ \lim_{x\to 0} f(x) = 2\cos(0) + \frac{1}{1} = 3$$

$$\lim_{x\to \frac{\pi}{2}} f(x) = 2\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) + \frac{1}{0} = \infty$$

$$\lim_{x\to -\frac{\pi}{2}} f(x) = 2\cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) + \frac{1}{0} = \infty$$



لا يوجد